

Orgaan van de  
Nederlandse Vereniging  
van Wiskundeleraren

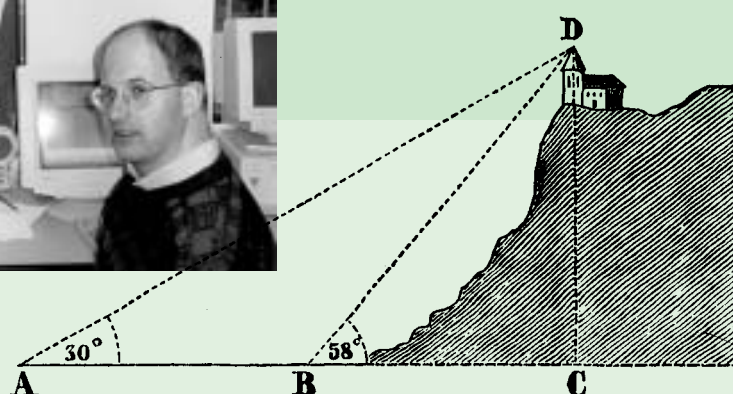
# EUCLIDES

V a k b l a d   v o o r   d e   w i s k u n d e l e r a a r

jaargang 75

1999-2000 mei

7



**Computer-begeleid**

**zelfstandig**

**werken**

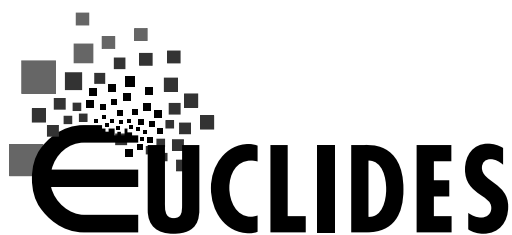
**Bijzondere boeken**

**besproken**

**NVvW-**

**Lustrumcongres 2000**





Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.

### Redactie

Dr. A.G. van Asch  
Drs. R. Bosch  
H.H. Daale  
Drs. W.L.J. Knoester-Doeve  
Drs. J.H. de Geus  
Drs. C.P. Hoogland *hoofdredacteur*  
Ir. W.J.M. Laaper *secretaris*  
G. de Kleuver *voorzitter*  
D.A.J. Klingens *eindredacteur*  
Mw. Y. Schuringa-Schogt *eindred.*  
J. Sinnema *penningmeester*  
J. van 't Spijker

### Artikelen/mededelingen

*Artikelen en mededelingen naar:*

Kees Hoogland  
**Veldzichtstraat 24**  
**3731 GH De Bilt**  
e-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

*Richtlijnen voor artikelen:*

- goede afdruk met illustraties/foto's/formules op juiste plaats of goed in de tekst aangegeven.
- platte tekst op diskette: WP, Word of ASCII.
- illustraties/foto's/formules op aparte vellen: genummerd, zwart/wit, scherp contrast.

*Richtlijnen voor mededelingen:*

- zie kalender achterin.

### Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

www.nvbw.nl



#### *Voorzitter*

Drs. M. Kollenveld  
Leeuwendaallaan 43  
2281 GK Rijswijk  
tel. 070-3906378  
e-mail: M.Kollenveld@nvbw.nl

#### *Secretaris*

W. Kuipers  
Waalstraat 8  
8052 AE Hattem  
tel. 038-4447017  
e-mail:  
W.Kuipers@nvbw.nl  
*Ledenadministratie*  
Mw. N. van Bommel-Hendriks  
De Schalm 19  
8251 LB Dronten  
tel. 0321-312543  
e-mail: ledenadministratie@nvbw.nl

Contributie per ver. jaar: f 80,00  
Studentleden: f 40,00  
Leden van de VVWL: f 55,00  
Lidmaatschap zonder Euclides: f 55,00  
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden geven zich op bij de ledenadministratie. Opzeggingen vóór 1 juli.

### Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.  
Abonnementsprijs voor personen: f 85,00 per jaar. Voor instituten en scholen: f 240,00 per jaar.  
Betaling geschiedt per acceptgiro.  
Losse nummers op aanvraag leverbaar voor f 30,00. Opzeggingen vóór 1 juli.

### Advertenties

Informatie, prijsopgave en inzending:  
L. Bozuwa, Merwekade 90  
3311 TH Dordecht, tel. 078-639 08 90  
fax 078-6390891  
e-mail lbozuwa@worldonline.nl  
of  
F. Mahieu, Dommeldal 12  
5282 WC Bostel, tel. 0411-67 34 68

### Colofon

*productie* TiekstraMedia, Groningen  
*druk* Giethoorn Ten Brink, Meppel

### Adresgegevens auteurs

#### **L.J.G.M. van Oers**

Fauréstraat 8  
4611 DH Bergen op Zoom

#### **V.E. Schmidt**

Verlengde Grachtstraat 43  
9717 GE Groningen

#### **W.E. Groen**

A.W. van Voordenlaan 15  
1241 AN Kortenhoef

#### **M. Kollenveld**

Leeuwendaallaan 43  
2281 GK Rijswijk

#### **F.P. de Zwaan**

Fuut 16  
3972 RE Driebergen

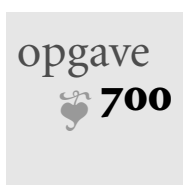
# Inhoud



219



231



250

**218** Kees Hoogland  
**Van de redactietafel**

**219** Lauran van Oers  
**Computer-begeleid  
zelfstandig werken**

**222** Frits de Zwaan  
**Korrel**

**224** Wim Groen  
**Zoveel moois mag je de  
kinderen niet onthouden**  
BOEKBESPREKING

**229** Vakantiecursus 2000  
AANKONDIGING

**230** Redactiecommissie Jubileumboek  
**Honderd jaar wiskunde-  
onderwijs (7)**

**231** Victor Schmidt  
**Op zoek naar 'echte'  
toepassingen van de  
wiskunde**  
INTERVIEW

**235** Marian Kollenveld  
**Van de bestuurstafel**  
NVvW

**236** Jaarvergadering-  
Lustrumcongres 2000  
Tweede aankondiging  
NVvW

**237** Bijeenkomst werkgroep HBO  
AANKONDIGING  
NVvW

**238** Barbara van Amerom e.a.  
**Zou het Vermoeden van  
Goldbach ook bewezen zijn?**  
BOEKBESPREKING

**243** Boekbespreking

**244** Zomerkampen Vierkant  
AANKONDIGING

**245** Suzanne Wigchert en Annejet Meijler  
**Nieuw NWO-Onderzoeks-  
programma voor Wiskunde-  
docenten:  
'Leraar in Onderzoek'**  
AANKONDIGING

**247** 40 jaar geleden

**248** Pi in de Pieterskerk  
AANKONDIGING

**250** Recreatie

**252** Kalender



**P**er 1 april jongstleden hebben er een aantal wisselingen in de redactie van Euclides plaatsgevonden.

### Afscheid redactieleden

De redactie heeft afscheid genomen van **Victor Schmidt** en **Wim Schaafsma**.

Victor is meer dan 13 jaar lid geweest van de redactie. Het grootste deel van die tijd is hij penningmeester geweest en de laatste jaren, na het afscheid van Bert Zwaneveld, ook voorzitter van de redactie.

Ook heeft hij voor Euclides talloze interviews gehouden. Ook in dit nummer vindt u daar weer een voorbeeld van.

Victor is de afgelopen jaren een onmisbare schakel geweest in de keten van mensen die elke zes weken weer zorgen dat er een Euclides bij u op de mat ligt.

Wim was, als vbo/mavo-docent aan de GSG Greijdanus te Zwolle, vooral zeer actief in het begin van de jaren negentig, toen hij een van de geïnspireerde vernieuwers was van het nieuwe vbo/mavo-examenprogramma dat in 1993 is ingevoerd.

De redactie is beide heren veel dank verschuldigd voor hun belangeloze inzet voor Euclides.

### Nieuwe redactieleden

Gelukkig hebben we ook weer mensen bereid gevonden een aantal opengevallen plaatsen in te nemen.

**Gert de Kleuver**, docent te Veenendaal, zal het redactievoorzitterschap op zich nemen. **Dick Klingens** zal in de loop van de tijd de eindredactiewerkzaamheden van Ynske Schuringa overnemen. Dick is tevens één van de webmasters van de website van de Vereniging, zodat de samenwerking van Euclides en de website op natuurlijke wijze verder kan worden ontwikkeld.

De enige omissie in de redactie op dit moment is nog iemand die thuis is in het vbo/mavo en toekomstige vmbo-gebied. De redactie is naarstig op zoek naar iemand, die goed thuis is in dat gebied en mensen kan aansporen bijdragen te leve-

ren over vooral interessante ervaringen in de klas.

Bent u zelf geïnteresseerd of wilt u de redactie opmerkzaam op iemand maken, meldt u zich bij de ondergetekende. Het post- en e-mailadres kunt u vinden in het colofon.

### Weging Praktische Opdrachten havo A1

Aan de verwarring rond 20% of 30% is eindelijk in Uitleg 9 van 29 maart 2000 een eind gemaakt:

1998 - starters: 30%

1999 - starters: 20% (maar de school mag er voor kiezen om het ook voor dit cohort nog 30% te houden)

2000 - starters: 20%

In dit nummer van Uitleg staan overigens alle maatregelen nog eens op een rijtje.

Het is waarschijnlijk verstandig als u nog even checkt of die maatregelen kloppen met wat u op school aan het doen bent.

### Lustrum Vereniging en Nationale Doorsnee

Na de zomervakantie staan er veel activiteiten rond het wiskundeonderwijs op het programma. De Vereniging bestaat 75 jaar en viert dit met een groot **lustrumcongres**. Zie dit en volgende nummers van Euclides voor nadere informatie.

En u heeft natuurlijk in de schoolagenda al de datum dinsdag 10 oktober 2000 gereserveerd om met alle eerste- en tweedeklassers mee te doen aan **De Nationale Doorsnee**. In het vorige nummer van Euclides vond u daarvan al een aankondiging. Over enige tijd zult u daarover ook post op school ontvangen.

Eigenlijk is het als school bijna verplicht om daaraan mee te doen om Nederland ook zo op de kaart te zetten in het kader van het wereldwijde Wiskundejaar 2000. In de kalender achterin vindt u enkele websites over activiteiten in andere landen in Europa.

*Kees Hoogland*

# Computer-begeleid zelfstandig werken

Lauran van Oers

## Inleiding

In het cursusjaar 1996-1997 startte ik in havo-4 met mijn wiskunde-A-groep met 'zelfstandig studeren'. Ik maakte antwoordbladen en een studiewijzer en liet de leerlingen in groepjes werken. We gebruiken bij ons op school de methode 'Net-

was vooral aan het einde van de dag de concentratie vaak zeer gering. Nogal wat leerlingen kwamen op dat tijdstip niet veel verder dan het kopiëren van het antwoordenblad in hun schrift. Ook de noodzakelijke onderlinge discussie kwam niet echt op gang. Ons wiskunde-A publiek geeft het doorworstelen

over 3 weken een proefwerk is, is ook niet bepaald een stok achter de deur.

Het uitvoeren van de vereiste controlewerkzaamheden, het rondje door de klas, kostte erg veel tijd. Met het beantwoorden van vragen erbij duurde het altijd wel een paar lessen voor iedereen weer eens aan de beurt was geweest. Het opeisen van ieders aandacht aan het begin van de les om iets nieuws uit te leggen viel niet altijd mee. Dat is een bekend probleem.

## Computer-begeleid zelfstandig werken

Uiteindelijk heb ik in dat cursusjaar een idee uitgewerkt waar ik al langer mee speelde: de computer integreren in de lessen en er een deel van mijn controlerende taak door laten overnemen. En op een manier die aardig discussie-bevorderend zou kunnen zijn. Je zou het computer-begeleid zelfstandig werken



werk'. Er werd enthousiast begonnen, maar na een paar maanden was ik toch niet helemaal tevreden. In de vrij grote klas, 28 leerlingen,

van wat langere en moeilijkere stukken tekst te vaak en te snel op. Overschrijven van elkaar is dan gemakkelijker. Het idee dat er (pas)

kunnen noemen. Ik heb er nu ongeveer drieëneuhalf jaar ervaring mee. Vorig jaar 24 lessen per week in havo-4, havo-5 en vwo-4.

Onlangs ben ik met een experiment in vwo-2 gestart.

In de praktijk gaat het als volgt in zijn werk. Achter in de klas staan 4 computers opgesteld met het beeldscherm van de klas af gericht. Elke leerling heeft met een pincode van 4 cijfers toegang tot één van de apparaten. De leerlingen staan in files op de harde schijf. Over elke paragraaf van Netwerk deel 4 en 5 Havo A heb ik een verzameling van 25 korte vragen met bijbehorende antwoorden samengesteld. Ze hebben betrekking op de uitwerkingen en berekeningen die de leerlingen in hun schrift moeten maken. Elke vraag is zó gesteld dat er maar één goed antwoord, een getal, mogelijk is. Het maken van die vragenverzameling was nogal een karwei, maar daar had ik ongeveer anderhalf jaar de tijd voor. Het geheel staat in gecodeerde vorm in files eveneens op de harde schijf. Hiernaast ziet u een paar van zulke vragen en de bijbehorende opgaven uit Netwerk.

Netwerk 4 havo A blz. 104, opgave 9b:

- 9** De kortste man van de foto is 1,60 m; de langste is 1,90 m. Neem aan dat de andere mannen daar regelmatig tussenin zitten.
- a** Bereken de variatiebreedte van de lengten van de mannen.
  - b** Bereken van die lengten ook de standaarddeviatie.



Bijbehorende vraag:

9b. Wat is de gemiddelde lengte in meters (2 dec.).

Netwerk 5 havo A blz. 18, opgave 24c:

- 24** Bij een trekking van tien ballen uit een vaas met witte en zwarte ballen geldt bijvoorbeeld:

$$P(\text{minstens 2 ballen wit}) = P(\text{hoogstens 8 ballen zwart})$$

Wat geldt er in de volgende gevallen?

- a**  $P(\text{minstens 7 ballen wit}) = P(\text{hoogstens ...})$
- b**  $P(\text{minimaal 3 ballen zwart}) = P(\text{maximaal ...})$
- c**  $P(\text{minstens ...}) = P(\text{maximaal 9 ballen wit})$
- d**  $P(\text{hoogstens ...}) = P(\text{minimaal 2 ballen wit})$

Bijbehorende vraag:

24c.  $P(\text{minstens 3 zwart}) = 1 - P(\text{minstens } a \text{ wit})$ . Geef  $a$ .

Netwerk 2 havo vwo blz. 60, opgave 29c:

- 29** Op een grafiek die een lineair verband tussen de tijd  $t$  (in minuten) en de hoogte  $h$  (in meters) weergeeft, liggen de punten  $A(2, 400)$  en  $B(10, 1000)$ .
- a** Teken een grafiek door de punten  $A$  en  $B$ .
  - b** Stel een formule op bij de grafiek.
  - c** Gaat de grafiek ook door het punt  $(13, 1250)$ ? Leg je antwoord uit.

Bijbehorende vraag:

29c. Na hoeveel minuten is de hoogte 1750 meter?



Veel vragen gaan over de uitwerkingen en berekeningen die de leerlingen in hun schrift moeten maken. Andere vragen zijn meer bedoeld om te controleren of men ook begrepen heeft wat er opgeschreven is. En een enkele keer wordt er nog nét iets dieper gegraven.

Om de antwoorden die de leerlingen op de vragen geven te kunnen controleren en de daarbij behaalde resultaten bij te houden, heb ik een Windows-programma met de naam 'Wisster' geschreven. Ook dat staat op de harde schijf. De gang van zaken is nu als volgt.

staat en van de op het scherm aanwezige rekenmachine. Als de vragen alle drie goed beantwoord zijn, tekent de computer dat aan. In een uitschuiflijstje verschijnt er achter de naam van de leerling dan een sterretje op de plaats van de betreffende paragraaf (vandaar de naam 'Wisster').

Indien er een foutief antwoord gegeven wordt, volgt er voor die vraag één herkansing. Lukt die ook niet, dan is de beurt voorbij. Er moet dan minstens 5 minuten gewacht worden op een volgende gelegenheid. Dat wachten duurt eigenlijk altijd veel langer, want de

wegen heb ik daar uiteindelijk 1/3 van het gewicht van een proefwerk aan gegeven. Zo wordt er niet te sterk op geleund en telt een goed cijfer toch aardig mee. Op de gebruikelijke manier volgt er dan uiteraard nog een proefwerk over het hoofdstuk.

### Effecten op het zelfstandig werken

Ik heb naar mijn idee toch wat winst geboekt ten aanzien van de in het begin van dit artikel genoemde punten. Omdat de vragen over de

berekeningen gaan, kunnen de leerlingen die alleen beantwoorden als er in hun schrift voldoende uitwerking staat. Gemiddeld wordt daar nu aardig voor gezorgd. En omdat het aantal beschikbare vragen per paragraaf niet al te groot is, is de kans aanwezig dat iemand dezelfde vraag bij een volgende beurt nog eens krijgt. Dat geldt natuurlijk ook voor degenen met wie wordt samengewerkt. Alle reden dus om onderling te bespreken waarom

Wie een paragraaf afgerond heeft, gaat met alléén het eigen schrift naar de computer en toetst zijn of haar toegangscode in en het nummer van het hoofdstuk en de paragraaf. De computer stelt daarop achtereenvolgens drie vragen uit de verzameling van 25. Daarvoor zijn in totaal drie minuten beschikbaar en er mag alleen gebruik gemaakt worden van wat er in het schrift

anderen willen ook achter de computer. Vier computers voor een groep van 24 tot 28 leerlingen is goed.

Van tevoren spreek ik over het hoofdstuk een strak werkschema af. Zodra volgens die planning het hoofdstuk afgerond is, is ook het computeren erover voorbij. De leerlingen krijgen er dan een cijfer voor. Na nogal wat wikken en

een antwoord fout (of goed) was. Per slot van rekening telt het nog mee ook.

Aan het begin van de les is het wat gemakkelijker om even ieders aandacht te krijgen voor wat klassikale uitleg. Pas daarna worden namelijk de computers opgestart. Tussen de bedrijven door blijkt het systeem voor de leerlingen ook nog een behoorlijke training te zijn. Over de resultaten op

## Heb je niks vergeten?

Bij VU-GRAFIEK is er een opdracht dat computeraar A een functie invoert zonder dat B het ziet, waarna B uit de grafiek het functievoorschrift moet raden.

Nu tikte bij een 4e klas de A-leerling allemaal ingewikkelde voorschriften in van het type  $\text{LOG } 0,2 \cdot 10 + 0.001$ , waarbij steeds tot zijn verbazing de grafiek horizontaal bleef lopen.

B gokte de hoogte zo goed als mogelijk maar kreeg toch niet het bericht 'gevonden' op het scherm.

Nu is het bekend dat het begrip 'constante functie' verwarring kan stichten, maar op mijn aanmoediging aan A om toch vooral eens een scheve lijn of kromme te produceren 'door een kwadraatje of een wortel toe te voegen', bleven er maar horizontale lijnen verschijnen - geen wonder: ook  $\text{SQRT}(\text{LOG}(3 \cdot 72))$  leidt daartoe.

Omdat ik niet zag wat er ingetypt werd en leerling B wel allerlei constanten raadde, maar natuurlijk niet de goede, dreigden beiden er het bijltje bij neer te gooien.

Pas toen ik voorstelde de rollen om te draaien waarbij B zijn functie zichtbaar zou maken en A moest opletten wat er nu misgegaan was, kwam met een verbijsterende inzichtsbliksem de volle waarheid ingeslagen:

'IK, SUFFERD, HEB DE X VERGETEN'

*Frits de Zwaan*

In de historie van Euclides hebben er heel lang Korrels bestaan: korte prikkelende of kritische stukjes over actuele zaken of ervaringen. Toen Frits de Zwaan de redactie daarop opmerkzaam maakte, gaf de redactie natuurlijk direct lik op stuk: maak maar de start van een nieuwe reeks Korrels. En zie daar. Nu ligt de uitdaging bij de rest van de lezers. Wie levert de Korrel voor het volgende nummer? U kunt tot 28 mei insturen.

*De redactie*



de eindexamens was ik de laatste paar jaar in ieder geval meer dan tevreden. Zelf kan ik gemakkelijk op elk gewenst tijdstip zien hoever iedereen gevorderd is, door op het computerscherm de sterretjes te tellen. Omdat de computer nu een deel van mijn controlerende taak overneemt, heb ik meer tijd om persoonlijke uitleg te geven.

in september 1998. Het halen van een 'sterretje' vinden ze nu, in december 1999, nog net zo belangrijk als toen.

### Kanttekeningen

Eén en ander is natuurlijk alleen mogelijk als je een redelijk ruim,

plaatjes in de vragen te verwerken. In de Tweede Fase is het programma, zeker bij wiskunde-A, ook goed te gebruiken. Op deze manier lesgeven in wiskunde-B heb ik nog niet uitgetoetst. Over de combinatie van dat vak met zelfstandig studeren ben ik het eerlijk gezegd nog niet met mezelf eens. Voorlopig denk ik dat het dan voor de



### Ervaringen in de klas

De problemen van organisatorische aard die ik had verwacht blijken in de praktijk mee te vallen. Zo is er bijvoorbeeld geen enkel contact met de rest van de klas toegestaan als men achter de computer zit. Je moet dat natuurlijk wel even duidelijk maken. Maar na een paar lessen houden de leerlingen zich daar goed aan. Bepalen wie er aan de beurt is geeft nooit enig probleem. De leerlingen lossen dat soepel onderling op. Het heen en weer lopen naar de computers geeft natuurlijk wel wat onrust, maar dat valt mee.

Een deel van mijn leerlingen in havo-5 is met dit systeem begonnen

eigen lokaal hebt en de vereiste apparatuur. Redenen waarom mijn vakcollega's hier op school nog niet met het systeem werken. Omdat het samenstellen van de verzamelingen met vragen nogal tijdrovend is, zou het natuurlijk wel prettig zijn om het in samenwerkingsverband te kunnen doen.

Het programma 'Wisster' heeft nogal wat mogelijkheden die voor de leerlingen onzichtbaar blijven. Zo kan bijvoorbeeld de tijd per beurt en de wachttijd tussen twee beurten ingesteld worden. Er is ook een logboek en er zijn onderdelen om de resultaten te wijzigen en de leerlingen- en vragenbestanden in te voeren. In de toekomst hoop ik de mogelijkheid toe te voegen om

leerlingen wel erg moeilijk wordt. Maar misschien blijkt uit de examens volgend jaar dat het best kan.

### Conclusie

Dit computergebruik is natuurlijk niet een kant-en-klare oplossing voor alle problemen. Er zijn altijd leerlingen die er prijs op stellen, volledig hun eigen weg te gaan en dat ook goed kunnen. Maar gemiddeld wordt het ervaren als een vriendelijke, inspirerende en eigentijdse manier van werken waarbij de computer werkelijk iets aan de bestaande mogelijkheden toevoegt.

# Zoveel moois mag je de kinderen niet onthouden ...

Wim Groen

*E.W.A. de Moor*

## **Van vormleer naar realistische meetkunde**

Een historisch-didactisch onderzoek van het meetkunde-onderwijs aan kinderen van vier tot veertien jaar in Nederland gedurende de negentiende en twintigste eeuw.

ISBN 90 73346 40 1

Freudenthal Instituut, Utrecht  
020 - 2611611

Op 26 april 1999 promoveerde Ed de Moor aan de Rijksuniversiteit van Utrecht.

De titel van zijn dissertatie luidt: *Van vormleer naar realistische meetkunde*. Een historisch-didactisch onderzoek van het meetkunde-onderwijs aan kinderen van vier tot veertien jaar in Nederland gedurende de negentiende en twintigste eeuw.

De studie heeft twee hoofddoelen: *'Het eerste is de feitelijke historiografie van het aanvankelijk meetkunde-onderwijs in Nederland, die tevens beschouwd dient te worden in het perspectief van het tweede hoofddoel: een bijdrage tot analyse van de huidige situatie en tot verdere ontwikkeling van dit leervak.'*

## **Eerste verkenning**

Al geruime tijd wist ik dat Ed de Moor bezig was een proefschrift te schrijven over de geschiedenis van het aanvankelijk meetkunde-onderwijs. Het zou gaan over de vormleer, een meetkundevak dat vroeger in het lager onderwijs op het programma heeft gestaan. Hoewel ik meetkunde een van de leukste onderdelen van de schoolwiskunde vind, wist ik toch eigenlijk niet precies waar het in die vormleer om draaide. En toen ik het meer dan kloeki boekwerk (700 bladzijden) in handen kreeg, was ik dan ook behoorlijk nieuwsgierig naar de inhoud ervan. Hoewel de auteur de omvangrijke inhoud zorgvuldig heeft geordend, was ik zo vrij me van die ordening in eerste instantie maar niet al te veel aan te trekken. Eerst maar eens kijken naar de periode van het meetkunde-onderwijs die ik zelf tamelijk goed meen te kennen, dat wil zeggen de periode vanaf de jaren dertig van de twintigste eeuw. Een blik op de inhoudsopgave leert dat ik dan de meeste kans maak bij deel B van het boek dat de fraaie titel Van Fröbel tot Freudenthal draagt. En inderdaad: alles wat ik zo in de loop der jaren her en der aan kennis over die

periode bij elkaar heb gesprokkeld (en nog veel meer!) kun je daar keurig geordend en overzichtelijk gerangschikt vinden. De controverse tussen mevrouw Ehrenfest en Dijksterhuis, de rol van de WVO, de ideeën en invloeden van de Van Hiele's en natuurlijk ook uitvoerige beschouwingen over waar het nu allemaal om gaat bij het onderwijs in de meetkunde. Gaat het om de praktische betekenis of gaat het om de vormende waarde? En als het om de vormende waarde gaat, wat houdt die dan in?

Maar er is meer: in deel C wordt het ontstaan van de realistische meetkunde beschreven, in deel D vind ik een verslag van de stand van zaken rond het meetkunde-onderwijs op de basisschool anno 1995 en in deel E uitvoerige slotbeschouwingen en aanbevelingen. Goed beschouwd gaat het eigenlijk om vijf boeken in één band. Elk deel eindigt met een samenvatting en analyse en een overzicht van de noten van het betrokken deel. Los bijgeleverd zijn drie tijdbalken die de complexe samenhangen van de beschreven twee eeuwen proberen te visualiseren.

Al bladerend zie je dat de auteur zeer grondig te werk is gegaan: er zijn zeer uitvoerige verwijzingen naar literatuur over het meetkunde-onderwijs, maar ook naar schoolboeken uit alle perioden van het beschreven tijdvak. Wat een rijkdom en wat een overweldigend informatief boek.

## **Deel A: 100 jaar vormleer: een mislukking**

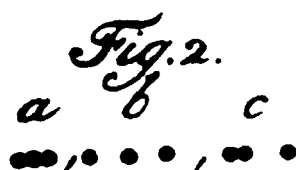
In deel A schetst de auteur de opkomst en de teloorgang van de vormleer in het basisonderwijs in de negentiende eeuw. In het begin van die eeuw begint dat basisonderwijs langzaam enige vorm te krijgen: de overheidsbemoeienis komt op gang, er komen bekwaamheidseisen voor onderwijzers en

men probeert een zekere uniformering van het leerplan tot stand te brengen. Taal en rekenen zijn daar in natuurlijk vaste bestanddelen, maar ook een soort elementaire meetkunde (*vormleer*) wordt, hoewel niet wettelijk voorgeschreven, door sommige inspecteurs en pedagogen sterk aanbevolen. Deze vormleer was een schepping van de Zwitserse pedagoog Pestalozzi, die ervan uit ging dat ‘*alle Erkenntnis von Zahl, Form und Wort ausgehe*’. Naast rekenen en taal propageerde hij dan ook een vak waarin elementaire vormen (vierkant, verhoudingen van lijnstukken, onderlinge ligging van punten en lijnen) bestudeerd worden. In Nederland werd Pestalozzi vooral bekend door het werk van Prinsen, directeur van de Rijksskweekschool te Haarlem, die onder andere zorgde voor een Nederlandse vertaling van het werk van Pestalozzi. Prinsen zorgde er ook voor dat twee van zijn talentvolle leerlingen, Van Dapperen en Scholten, naar het opleidingsinstituut van Pestalozzi konden gaan om daar zelf kennis te nemen van diens ideeën. Van Dapperen schreef na zijn terugkeer in Nederland een leerboek over de vormleer: *Handleiding voor onderwijzers om volgens eenen geregelden leergang kinderen te leren opmerken, denken en spreken, toegepast op de samenstelling der eenvoudigste voorwerpen uit de meetkunde, bekend onder de naam vormleer*. In figuur 1 is te zien hoe Van Dapperen meende te kunnen werken aan opmerken, denken en spreken: de kinderen moesten in koor onder andere de liggingsmogelijkheden opzeggen van twee, drie en meer punten en later soortgelijke oefeningen doen voor de liggingsmogelijkheden van lijnen. Het is een soort elementaire meetkunde met een sterk combinatorisch element.

Pas in 1857 krijgt de vormleer een wettelijke basis. Voor die tijd wordt

het vak maar op circa 10% van de lagere scholen gegeven. Veel onderwijzers zien niet veel in het vak of kunnen het door hun gebrekkige

Als het vak eenmaal wettelijk is vastgelegd komen er ook meer leerboeken. Tussen 1857 en 1878 verschijnen meer dan veertig boeken

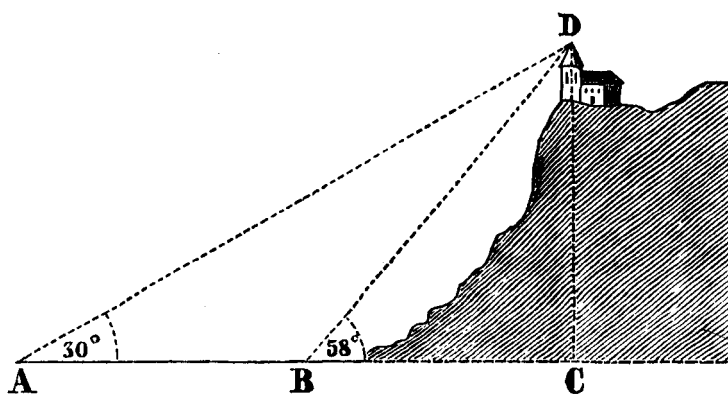


- a. Drie punten kunnen vereenigd zijn.  
b. Drie punten kunnen onvereenigd zijn.  
c. Van drie punten kunnen twee vereenigd en een onvereenigd zijn.

Figuur 1: D. van Dapperen (1820): Opmerken, denken en spreken (blz. 39)

opleiding niet goed onderwijzen. Bij de discussie in de Tweede Kamer over de onderwijswet van 1857 doet de minister het voorkomen of de vormleer al een vaste plaats in het onderwijs zou hebben en merkt daarna op dat het vak ‘*...altijd nuttig is tot opscherping van het verstand der kinderen en ook in verband zal kunnen worden gebracht met het onderwijs in de teekenkunde*’.

over vormleer die sterk verschillen in opzet en niveau: de een legt de nadruk op de formeel meetkundige kant, de ander meer op het aspect van het technisch tekenen. Vermeldenswaard zijn de boeken van Jan Versluys; volgens hem moet het vak een ‘*stevige en onmisbare grondslag voor wetenschappelijk onderwijs in de meetkunde*’ geven. In 1878 wordt bij een wetswijziging een poging gedaan het vak weer af te schaffen,



Figuur 2: Een toepassing bij Versluys (blz. 129)

De Moor tekent hierbij aan: ‘*Al met al maakt de gehele procedure op het punt van de vormleer een nogal zwakke indruk. De pro- en contraargumentaties zijn nauwelijks onderbouwd. Veelal werd een beroep gedaan op deskundigen die voor ons onbekend blijven*’ (pag 65).

omdat de meeste onderwijzers niet zouden weten wat de vormleer is, maar het amendement wordt verworpen.

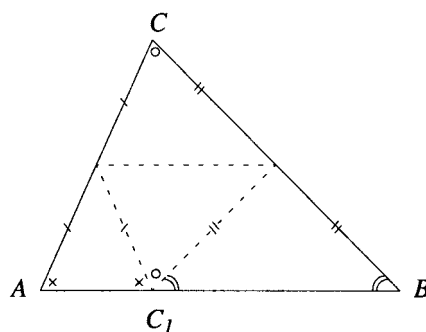
In 1889 is er opnieuw een wetswijziging aan de orde. Weer wordt er gesproken over de onduidelijkheid van de vormleer. Er wordt gesteld

dat tekenen een beter vak is om in het leerplan van de lagere school te worden opgenomen. De argumenten voor het vak tekenen zijn bijna dezelfde als die voor de motivatie van de vormleer: *een der krachtigste middelen tot ontwikkeling van de algemene beschaving, een middel tot vorming van begrip en gemoed*, enzovoort. En van de ene op de andere dag wordt dan de vormleer van het leerplan van de lagere school afgevoerd en vervangen door onderwijs in tekenen. De Moor schrijft: *‘De geschiedenis van de vormleer in de negentiende eeuw is een curieuze affaire. De ontwikkeling van het vak was in feite op niets anders gestoeld dan op een aantal vage gedachten van een paar bevlogen pedagogen. Van enig onderwijs-experiment, waarbij het nieuwe vak in de praktijk werd uitgeprobeerd, was geen sprake. Aan een gerichte implementatie werd in het geheel niet gedacht; er werd eenvoudigweg van hogerhand over de invoering beslist. Het was dan ook niet verwonderlijk dat een dergelijk novum in het praktische onderwijsveld grote weerstand opriep.’* (pag 175). Het bovenstaande is een wel zeer beknopte samenvatting van deel A. Over de ideeën van de Duitse pedagoog Diesterweg, over de rol van Bouman (een der meest verdienstelijke onderwijzers van ons land), de invloed van de inspecteur Steyn Parvé, over de betekenis van Jan Versluys en het ontstaan van de vakdidactiek, over de ontwikkelingen van de vormleer, de inhoud van de leerboeken, ... is in deel A ook nog van alles te vinden.

### Deel B: Van Fröbel tot Freudenthal, didactische denkers en doeners

Deel B is een intermezzo tussen de delen A en C. Wie iets wil weten over de ontwikkelingen in het denken over de vakdidactiek van de

wiskunde kan hier zijn hart ophalen. Als je, zoals ik, in de jaren vijftig in de eerste klas van het Lyceum de meetkunde nog geheel axiomatisch voorgezet hebt gekregen, verbaas je je erover dat al in 1912 door Reindersma een meetkundecursus is geschreven waarin een empirische inleiding in de vlakke meetkunde voorkomt en waarin wordt uitgegaan van begrippen die uit het leven van alledag bekend kunnen zijn.



Figuur 3: Reindersma: vouwbewijs voor de som van de hoeken van een driehoek (blz. 247)

Veel aandacht geeft de auteur ook aan de rol van mevrouw Ehrenfest, die zoals bekend, met haar brochure uit 1924 (*Wat kan en moet het meetkundeonderwijs aan een niet-wiskundige geven?*) Dijksterhuis in de gordijnen joeg en daarmee impliciet de stoot heeft gegeven tot het ontstaan van het tijdschrift *Euclides* en die ook met haar *Übungensammlung* uit 1931 een praktische handreiking gaf voor een propedeutische cursus voor de meetkunde. Interessant is dat de ideeën van mevrouw Ehrenfest terug te voeren zijn op werk van de Russische wiskundige en pedagoog Sjochoer Trotskij. De praktische aanwijzingen voor de wiskundeleer in diens boek van 1908 doen verbazingwekkend modern aan. Reindersma en mevrouw Ehrenfest, maar ook Dijksterhuis, Van Albada en de Van Hieles zijn deelnemers aan de strijd om de intuïtieve inleiding in de meetkunde; een strijd die pas wordt beslecht

rond 1960. De tragiek wil dat korte tijd later de meetkunde in feite van het toneel zal verdwijnen om pas een kleine twintig jaar later, aan het eind van de jaren tachtig officieel weer terug te keren. Dat er ooit over een intuïtieve inleiding is gestreden is dan nauwelijks nog voorstelbaar. Een belangrijk element in de strijd om de intuïtieve inleiding is de discussie over de *vormende waarde*: leren we meetkunde om haar prak-

tische bruikbaarheid of omdat de meetkunde het aangewezen middel is om te leren denken? De discussie over de zogenoemde vormende waarde van de wiskunde is in het beschreven tijdvak steeds weer opnieuw gevoerd. Er waren uitgesproken gelovigen zoals Dijksterhuis en mevrouw Ehrenfest en er waren ook mensen met wisselende standpunten, zoals Freudenthal. In zijn discussie met mevrouw Ehrenfest in het begin van de jaren vijftig schrijft Freudenthal te vrezen dat men *‘op drijfzand komt wanneer men de uren die een schoolvak opeist, wil rechtvaardigen met een beroep op de denkoefeningen waaraan die tijd zou worden besteed’*. Later zal Freudenthal zich positiever over de vormende waarde van de wiskundebeoefening uitlaten. Maar dan heeft hij het niet over het omgaan met syllogismen, maar over vaardigheden als organiseren, schematiseren en generaliseren. De Moor noemt de vormende



waarde van de wiskundebeoefening een historische constante en constateert een periodiciteit met een periode van circa vijftig jaar: in de eerste helft van de negentiende eeuw gaat het om het leren denken, in de tweede helft van de negentiende eeuw komt door de industrialisering de praktische betekenis van de wiskundebeoefening naar voren, in de eerste helft van de twintigste eeuw gaat het weer om het leren denken en na 1950 is het vooral de maatschappelijke betekenis van de wiskunde die als legiti-mering geldt.

### Deel C: Ontstaan van de realistische meetkunde

In de jaren zestig voltrekken zich plotseling grote veranderingen: onder invloed van een aantal vak-wiskundigen probeert men de schoolprogramma's beter te laten aansluiten bij de ontwikkelingen van de wiskunde zelf. Over het hoe en waarom van deze beweging geeft De Moor uitvoerig informatie; natuurlijk noemt hij het bekende 'Sjoetnik-effect', maar hij wijst ook op Freudenthals stelling dat de psychologie en de wiskunde elkaar gevonden hadden in het structuur-denken.

Voor het eerst komt men nu op de gedachte dat het hele wiskunde-onderwijs van kleuterschool tot aan de universiteit tot een samenhangend geheel zou moeten worden. In dit zeer complexe krachten spel ontstaat eind 1968 de Wiskobas-beweging: een groep van vijftien kweekschool-rekendidactici neemt het initiatief te gaan praten met de Commissie Modernisering Leerplan Wiskunde over een wiskundeprogramma voor de basisschool. In 1970 ontstaat een eerste oriëntatieplan voor zo'n nieuw basisschoolprogramma en in 1971 krijgt de CMLW toestemming een eigen bureau te starten en komt het IOWO tot stand.

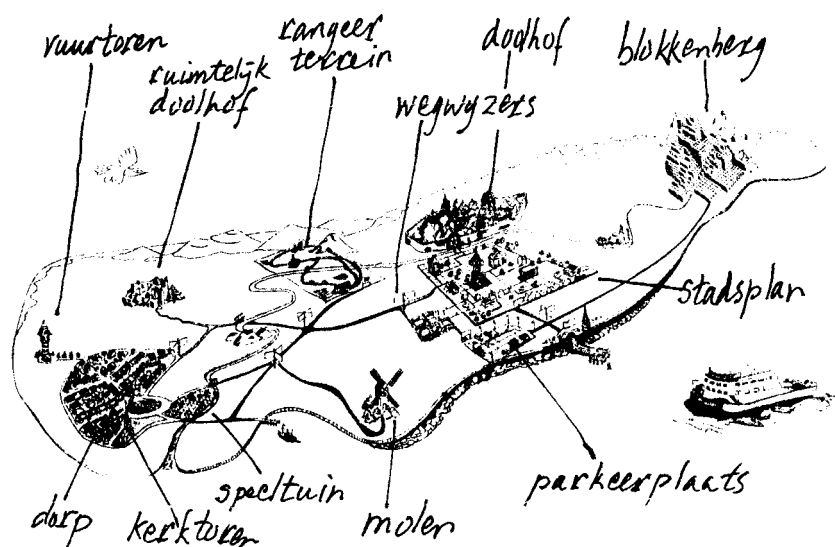
In het IOWO gaat een omvangrijke groep medewerkers aan de slag met het ontwerpen van een wiskunde-programma voor de basisschool. In eerste instantie zijn er natuurlijk sterke invloeden van de moderne structuurwiskunde die dan in het voortgezet onderwijs juist is inge-voerd en de aandacht is vooral gericht op het rekenen. Na enige tijd komt ook de meetkunde in beeld en in 1973 zien we de eerste producten van wat later de realisti-sche meetkunde zal gaan heten: de realiteit als bron voor wiskundige activiteiten die ook weer naar die realiteit worden teruggekoppeld. Een voorbeeld daarvan is het pro-ject Waterland: voor de klas hangt een plaat, ontworpen en getekend door Fred Goffree, van een fictief eiland (Waterland) met een haven, een toren, een wegnnet en dergelij-ke.

De Moor beschrijft uitvoerig in welke historische lijn deze ontwik-kelingen geplaatst kunnen worden. De overeenkomst met de gedachte-wereld van mevrouw Ehrenfest van een halve eeuw daarvoor is natuur-lijk frappant.

De huidige leraar in het voortgezet onderwijs zal in de activiteiten van Waterland gemakkelijk de kijk-meetkundige activiteiten uit het onderbouwprogramma herken-nen.

Het zal, gerekend vanaf het Water-land-project, nog ruim vijftien jaar duren (tot 1989), voordat in het programma voor de basisschool meetkundige doelen worden opge-nomen:

- De leerlingen beschikken over eenvoudige noties en begrippen waarmee zij ruimte kunnen ordenen en beschrijven.
- De leerlingen kunnen ruimtelijk



Figuur 4: Meetkundige activiteiten op Waterland (blz. 402)

Kinderen moeten werken aan vra-gen als:

- \* maak een kaart van een gedeelte van Waterland,
- \* er is een losse wegwijzer gegeven; waar moet die geplaatst worden?,
- \* wat kun je zien met een speel-goedverrekijker (wc-rolletje); wat gebeurt er als je dichterbij komt?, ...

redeneren. Zij bedienen zich daarbij van bouwsels, plattegron-den, kaarten en foto's en gege-vens over plaats, richting, afstand en schaal.

- De leerlingen kunnen schaduw-beelden verklaren, figuren samenstellen, bouwplaten van regelmatige objecten ontwerpen en identificeren.

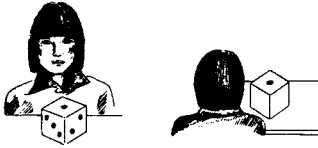
Het is dan precies honderd jaar geleden dat de meetkundige component uit het basisschoolprogramma is geschrapt.

Hierboven heb ik, onverantwoord beknopt, een klein stukje uit deel C samengevat. Voor wetenswaardigheden over de invloed van Freudenthal op het wiskobas-werk, over de meetkunde in het voortgezet onderwijs, over de leerboeken, over de buitenlandse invloeden, over de activiteiten van het Freudenthal Instituut in de Verenigde Staten, maar vooral ook over wat oud wiskobas-medewerkers zich nog herinneren van het werken aan wiskobas tussen 1971 en 1981 leze men deel C van De Moors boek.

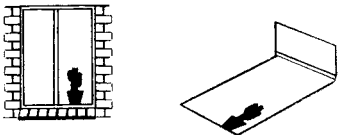
#### Deel D: Staat van het meetkundeonderwijs op de basisschool anno 1995

In de negentiende eeuw werd de meetkunde als te moeilijk en als irrelevant voor het lager onderwijs afgedaan. Hoe is de stand van zaken aan het eind van de twintigste eeuw? In 1994 werd een samenwerkingsproject gestart tussen het Freudenthal Instituut en het Cito. Dit zogenoemde Pimbo-project (Project Innovatie Meetkunde BasisOnderwijs) had onder andere tot doel de opbrengst van het meetkundeonderwijs in de basisschool te meten. Het veld van de meetkunde werd verdeeld in een aantal aspecten en daarbij werden toets-items geconstrueerd. In figuur 5 is te zien om welke gebieden het ging, wat voor soort items er werden gemaakt en welke resultaten die opleverden op de 46 scholen waar die toets in 1995 werd afgenomen.

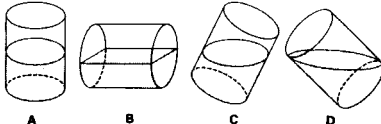
**Oriënteren en lokaliseren ( $p = 59$ )**  
Er ligt een grote dobbelsteen op een tafel. Op een dobbelsteen hebben vlakken, die tegenover elkaar liggen, samen altijd 7 ogen. Sara staat achter de tafel. Teken in het tweede plaatje hoe Sara de dobbelsteen ziet.



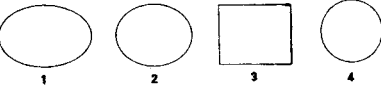
**Viseren en projecteren ( $p = 45$ )**  
Er valt zonlicht door het raam. De tekenaar heeft de schaduw van het balkje in het midden van het raam nog niet getekend. Maak de tekening hieronder af.



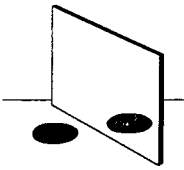
**Ruimtelijk redeneren ( $p = 87$ )**  
Een gesloten, doorzichtige cylinder is voor de helft gevuld met gekleurd water. De cylinder wordt in de standen A, B, C en D gehouden. Het wateroppervlak neemt dan de vormen 1, 2, 3 of 4 aan.



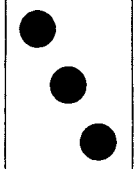
Zet de goede letters bij de goede vorm.



**Transformeren ( $p = 35$ )**

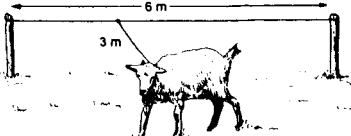


Op een stuk papier staat één stip. Een spiegel wordt recht op het papier met een stip gezet. Je ziet dan twee stippen. Hieronder zie je een blaadje met drie stippen.

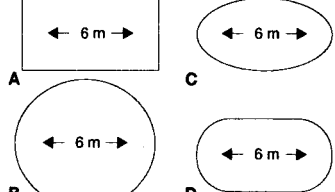


Teken op dit blaadje een lijn waarop je een spiegel moet zetten om vijf stippen te krijgen.

**Construeren ( $p = 50$ )**



Een geit zit aan een lijn van 3 meter. Het einde van deze lijn kan over een draad van 6 meter schuiven. Als de geit alles afgraast, hoe ziet dat stuk er dan uit? Zet een rondje om de letter bij het goede antwoord.



Figuur 5: Voorbeelden uit de Pimbo-toets 1995 met aspect en p-waarde (blz. 523)

Ook hier zal de wiskundeleraar van het voortgezet onderwijs meetkundige zaken uit de onderbouw herkennen. Terecht constateert De Moor dan ook dat de aansluiting tussen basisschool en voortgezet onderwijs nog lang niet volmaakt is.

#### Deel E: Slotbeschouwingen

Hier behandelt De Moor de resultaten van zijn zoektochten, zoals: Welke constanten en veranderingen zijn waarneembaar in deze historie in:

- de aard en inhoud van het meetkundeonderwijs?
- de didactiek?
- de doelstellingen?

Welke betekenis kan het onderhavige historische onderzoek hebben voor het heden?

Bij de bespreking van de verschillende onderdelen van het boek heb ik en passant al enkele van die resultaten genoemd. De Moor noemt ze hier nog eens beknopt en



samenhangend op. Ten aanzien van de laatste vraag stelt hij dat '... de kans op slagen voor een geplande innovatie - hier hoort de feitelijke implementatie bij - toeneemt indien in het leerplanontwikkelingswerk uitgegaan wordt van de historische en actuele gegevenheden binnen school(vak), wetenschap en maatschappij, *waarbij het uiteindelijke doel moet zijn consensus met alle betrokkenen te bereiken.* (cursivering van mij, WG).

### Ten slotte

Misschien vergis ik mij, maar ik heb de indruk dat wie een tijdje meeloopt in het onderwijs de neiging krijgt zich af te vragen hoe het allemaal zo is gekomen. Het zal duidelijk zijn dat je in het besproken boek veel kunt vinden om die nieuwsgierigheid te bevredigen. Ook mij intrigeert waar de vernieuwingen ten diepste vandaan komen. Wat is de primaire kern van programmawijzigingen als die van 1968, 1985 of 1993? De Moor geeft aan dat het altijd gaat om een samenspel van de genoemde drie factoren schoolpraktijk, wetenschap en maatschappij. Maar een belangrijke factor daarbij is steeds de aanwezigheid van een of meer bevlogen. Met alleen commissies, werkgroepen of structuurplannen kom je er niet. Dat bleek bijvoorbeeld toen in 1989 persoonlijk ingrijpen van Treffers nodig was om de kerndoelen meetkunde voor het basisonderwijs te behouden. De geschiedenis van de vormleer in de negentiende eeuw noemt De Moor een curieuze affaire, omdat het vak alleen gedragen werd door een aantal vage gedachten van een paar bevlogen pedagogen. Met enige aanpassingen zou je over de programmawijziging van 1968 hetzelfde kunnen zeggen. En zelfs de Hewet uit 1985 verliep niet vlekke-

loos. Wie Hewet-cursussen heeft gegeven, kan zich de weerstand van sommige wiskundeleraren tegen wat zij voelden als een van 'boven af' opgelegde verandering nog wel herinneren. Maar we hadden toen al wel zo veel geleerd over het creëren van een draagvlak dat de introductie uiteindelijk tot een blijvende verandering heeft geleid. Consensus en bevlogenheid zijn de pijlers waarop een geslaagde innovatie rust. Aan bevlogenheid ontbreekt het De Moor niet. Dat hij de meetkunde liefheeft en dat

mevrouw Ehrenfest zijn heldin is, is na het lezen van zijn boek wel duidelijk. Niet voor niets is zijn laatste zin: Meetkunde moet, ook op de basisschool, al is het alleen maar, om nog eenmaal met Freudenthal te spreken: 'omdat je de kinderen zoveel moois niet mag onthouden'! Maar of de realistische wiskunde de tand des tijds zal kunnen weerstaan of slechts een product zal blijken te zijn van enkele bevlogen. Zal pas over geruime tijd duidelijk zijn.

### Vakantiecursus 2000



De jaarlijkse vakantiecursus van het CWI wordt dit jaar gehouden op:  
25 en 26 augustus 2000 in Eindhoven  
1 en 2 september 2000 in Amsterdam

Het onderwerp is:

### Is wiskunde nog wel mensenwerk?

Sprekers zijn:

Prof.dr. N.G. de Bruijn (TUE)  
Dr. M. Coster (Ministerie van Defensie)  
Drs. A. Heck (UvA, Amstel Instituut)  
Dr.ir. H.J.A.M. Heijmans (CWI)  
Dr. W.W.J. Hulsbergen (Ministerie van Defensie)  
Prof.dr. J. Molenaar (TUE, UT), Faculteit Wiskunde en Informatica - IWDE  
Dr. H.G. ter Morsche (TUE), Faculteit Wiskunde en Informatica  
Dr. H.J.M. Sterk (TUE), Faculteit Wiskunde en Informatica

Meer informatie:

<http://www.cwi.nl/conferences/VC2000>

# Honderd jaar wiskunde- onderwijs (7)

## Over de aktenstudies voor wiskundeleraar

In het Jubileumboek komen twee hoofdstukken voor die over opleidingen voor wiskundeleraars gaan, te weten in de hoofdstukken van Klaske Blom en Sieb Kemme. Klaske Blom behandelt de wiskundeakten, en Sieb Kemme laat de universitaire lerarenopleidingen (ulo's) tot leven komen. Ook elders in het Jubileumboek komt aan de orde hoe men door de jaren heen wiskundeleraar kon worden.

Kort na het midden van de negentiende eeuw ontstonden de nieuwe schooltypen (m)ulo en hbs. Er waren hbs'en met driejarige cursus en met vijfjarige cursus. Leraren aan hbs'en en gymnasia waren er in twee soorten. In de eerste plaats degenen die een universitaire studie wiskunde hadden voltooid. Het leraarschap was voor degenen die wiskunde studeerden een veel voorkomende keuze. In zijn boek *De tweede Gouden Eeuw* (1998) stelt Bastiaan Willink zelfs dat er na 1874 minder wiskundestudenten kwamen omdat de hbs-lerarenmarkt toen verzadigd was. De hbs had zich, al kort na haar ontstaan in 1863, ontwikkeld tot een goede vooropleiding voor – met name – een studie aan de polytechnische school te Delft (dat is de onderwijsinstelling waaruit de Technische Universiteit Delft is voortgekomen).



Aan de gymnasia werkten groten-deels academisch geschoolde leraren. De academisch geschoolde leraren aan hbs'en en gymnasia waren niet zelden gepromoveerd. Daarnaast waren er leraren met een akte voor wiskunde. Dit waren de akten K1 en K5. Met de akte K1 kon men wiskundeleraar worden aan een hbs met driejarige cursus, en met de akte K5 wiskundeleraar aan een hbs met vijfjarige cursus. Dit is opmerkelijk; met de akte K1 kon men geen leraar worden aan de eerste drie leerjaren van een hbs met vijfjarige cursus. Nee, men moest bevoegd zijn voor alle klassen van de school waaraan men verbonden was. In het hoofdstuk over de wiskundeakten van Klaske Blom wordt de discussie hierover nog eens opgehaald. Zij beschrijft ook zeer beeldend de studie voor de wiskundeakten. Zo'n studie vergde vaak jaren van thuis in de avonduren werken aan theorie en opgaven, met wekelijks een reis naar een cursusplaats, alles na schooltijd. Het percentage geslaagden was laag.

Voor het onderwijzerschap aan de mulo was een lagere akte nodig. De

akte lo wiskunde moest op soortgelijke wijze als de akten K1 en K5 worden behaald. Evenals veel van degenen die bezig waren met een studie voor de akte K1 of K5 waren degenen die voor een lo-akte studeerden onderwijzer. Al de avondstudie geschiedde dus naast een drukke onderwijzersbaan. In het Jubileumboek komen verscheidene levensbeschrijvingen voor van wiskundeleraars die hun opleiding ruim voor de Tweede Wereldoorlog voltooiden. Heel vaak is zo'n levensbeschrijving een verhaal over jarenlange studie voor meerdere akten. Velen die op de mulo begonnen hadden ook nog akten voor handelskennis, Duits (toen de belangrijkste vreemde taal), aardrijkskunde of andere vakken. Maar ook de bekende P. Wijdenes (1872-1972; hij overleed op 99-jarige leeftijd) gaf op de hbs te Rotterdam nog handelskennis aan D.J. Struik. Struik, geboren in 1894, was in 1994 in Nederland en heeft voor het Jubileumboek een terugblik op zijn schooltijd geschreven. Wijdenes richtte in 1913 het *Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde* op, bestemd voor degenen die zich voorbereidden op een aktenexamen. Hij heeft jarenlang de leiding over het blad behouden. Ook door zijn bewerkingen van Molenbroek's *Leerboek der vlakke meetkunde* en *Leerboek der Stereometrie* was hij voor de aktenstudenten van zeer groot belang. In 1958 werden K1 en K5 vervangen door de middelbare akten mo A en B wiskunde. Deze akten bestaan al niet meer. De lo-akten voor het geven van onderwijs aan de (m)ulo zijn eveneens ter ziele gegaan. Het *Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde* is in 1988 voor het laatst verschenen. De wereld van de aktenopleidingen was een zeer levendige en interessante wereld, waarin velen de kans grepen zich verder te ontwikkelen.

*Redactiecommissie Jubileumboek*

# Op zoek naar 'echte' toepassingen van de wiskunde

---

De wiskundedocent uit het voortgezet onderwijs die in de Tweede Fase werkzaam is, krijgt vroeger of later te maken met het opstellen van praktische opdrachten en met profielwerkstukken. In veel gevallen kan men een beroep doen op bestaande opdrachten, zoals soms in dit tijdschrift beschreven worden of die in het leerboek zijn opgenomen. Daarbij rijst telkens de vraag in hoeverre zulke opdrachten realistisch zijn. Komen de voorbeelden uit het leerboek wel in de praktijk voor? Wat voor wiskunde wordt er überhaupt in het bedrijfsleven toegepast? Gaat het uitsluitend om technische toepassingen of is er meer? Wat zijn de 'echte' toepassingen van de wiskunde in het bedrijfsleven en bij de overheid?

Om vragen als deze te beantwoorden kan men zelfstandig op onderzoek uit gaan. Wie individuele bedrijven benadert, zal evenwel weinig respons

kunnen verwachten. Wiskunde is vaak onzichtbaar aanwezig en verscholen in allerlei softwareproducten, die in het algemeen naar tevredenheid worden gebruikt. Een



beter alternatief is om kennis te nemen van wat een opleiding als Bedrijfswiskunde aan het HBO te bieden heeft. Deze opleiding wordt aangeboden aan hogescholen in Amsterdam, Diemen, Tilburg en Leeuwarden en leidt op tot HBO-ingenieur in de wiskunde. In totaal volgen zo'n driehonderd studenten deze opleiding.

Bedrijfswiskunde is voortgekomen uit de lerarenopleiding Wiskunde. Reeds halverwege de jaren tachtig van de vorige eeuw ontdekte men in het bedrijfsleven dat een leraar wiskunde meer in zijn mars heeft dan overdracht van zijn kennis en vaardigheden aan leerlingen. Er ontstond in die tijd een zogenaamde algemene beroepenvariant wiskunde. Deze variant is uitgegroeid tot een zelfstandige opleiding, waarvan de officieel geregistreerde naam Wiskunde luidt, maar die door de vier hogescholen Bedrijfswiskunde wordt genoemd.

Aan de Noordelijke Hogeschool Leeuwarden is aan deze naam Informatica toegevoegd ten teken dat een substantieel gedeelte van het onderwijsprogramma met informaticavakken is ingevuld. De opleiding in Friesland kent naast een gemeenschappelijke propedeuse een overlap van ongeveer 50% met de lerarenopleiding. De jaarlijkse instroom bedraagt ongeveer dertig studenten, waarvan gemiddeld genomen de helft zijn studie vervolgt met Bedrijfswiskunde en Informatica (BWI) en de andere helft kiest voor het leraarschap. Toelating tot BWI geeft elk havo-profiel, echter waar nodig aangevuld tot wiskunde B12.

De Friese opleiding kent een opleidingsteam van negen docenten, waarvan **Klaas-Jan Wieringa** (32) deel uit maakt. Naast de algehele coördinatie is hij betrokken bij de organisatie van de stages en ver-

zorgt hij enkele modules wiskunde en informatica in het lesprogramma. Verder is Klaas-Jan als zogenaamde redactiemedewerker betrokken bij de totstandkoming van Euclides. Ik heb een gesprek met hem om enig inzicht te krijgen in toepassing van wiskunde in 'real life'.

Klaas-Jan:

*Als je vraagt wat voor wiskunde wij tegenkomen bij onze contacten in het bedrijfsleven en bij de overheid, dan zou ik je kunnen verwijzen naar ons onderwijsprogramma. In grote lijnen komt het neer op planningsproblemen en -algoritmen, actuariële wiskunde, industriële statistiek, wachttijdtheorie, operations research en zoekalgoritmen op grote databases, de typische technisch georiënteerde wiskunde verder daar gelaten.*

Kun je voorbeelden noemen?

*Bijvoorbeeld bij productieprocessen: in veel gevallen wordt de besturing van een proces geregeld aan de hand van kenmerken van de output. Denk bijvoorbeeld aan de samenstelling van bepaalde producten. In sommige gevallen wijken die kenmerken af van wat normaal geacht wordt. Op zeker moment worden er zo vaak afwijkingen gemeten dat besloten moet worden het proces bij te sturen. De vraag is wanneer er sprake is van een afwijking. Daar is flink wat statistiek voor nodig.*

*Een voorbeeld uit de operations research: laatst moest een student voor een bepaald bedrijf een optimaal transportschema opstellen. Je kunt dan natuurlijk een standaard algoritme uit de kast trekken, maar in dit geval bleken de parameters elke keer weer verschillend te zijn.*

*Dat gaf voor de betrokken student duidelijk een complicatie, die je in leerboekjes niet direct tegen komt.*

*Zo kan ik door blijven gaan. Overigens hebben wij vorige maand een symposium georganiseerd over deze onderwerpen voor VO-docenten. De bijbehorende website\* is nog steeds operationeel.*

Wat ik me bij dit soort voorbeelden altijd afvraag is of je daarvoor wel een wiskundige nodig hebt. Je koopt als bedrijf een planningspakket en daar stop je gewoon je gegevens in.

*In zekere zin heb je gelijk. Toch zal een wiskundige sneller meerwaarde*

*pen', zeker als die oplossing veel afwijkt van wat je intuïtief zou verwachten. En dan gaat het niet alleen om de productiechef of de salesmanager, maar ook om de man op de werkvloer. In onze opleiding besteden we ook aandacht aan dit aspect van het werk.*

Ik kan me niet voorstellen dat een klein bedrijf zich een wiskundige kan veroorloven.

*Ik denk dat je daar gelijk in hebt. We zien ook dat onze afgestudeerden vooral bij grote bedrijven aan het werk komen. Je moet dan denken aan verzekeringsmaatschappijen, banken, transportfirma's, enzovoorts. Verder bestaan er advies- en*



*ontdekken in die pakketten. Je ziet nog wel eens dat bijvoorbeeld een projectplanningspakket gebruikt wordt om de bestede uren in te voeren zonder dat gebruik gemaakt wordt van de mogelijkheden die het pakket biedt om de planning bij te stellen. Een wiskundige zou je ook kunnen vertellen dat in sommige gevallen extra inzet van menskracht bij een project contraproductief werkt...*

*Verder is het niet zo eenvoudig als je denkt. Weinig situaties lenen zich voor het rechtstreeks toepassen van oplossingsmethoden. Telkens weer moet iemand een model opstellen. Minstens zo belangrijk is om de oplossing van het model te 'verko-*

*consultancyinstellingen op het terrein van de bedrijfswiskunde.*

En komen al jullie afgestudeerden in een wiskundige functie terecht of schuiven er ook veel door naar informatica?

*Dat zagen we in het begin nog wel. Nu de opleiding wat langer bestaat zien we dat studenten meer op zoek gaan naar specifieke wiskundefuncties. Dat lukt vrij aardig, want de vraag overtreft nog steeds het aanbod.*

Toch moet er in een bedrijf een moment komen dat er voor een wiskundige weinig meer te doen valt. Alle problemen zijn een keer opgelost.



*In theorie klopt dat wel, maar de wereld staat niet stil. Telkens dienen zich nieuwe ontwikkelingen aan en*



*moeten bestaande modellen aangepast worden. Ook zie je dat bij andere bedrijven belangstelling bestaat voor jouw modellen. Die kun je dan verkopen en vervolgens in een nieuwe context implementeren.*

*Wat je wel vaak ziet is dat je als wiskundige zelf naar de wiskunde op zoek moet gaan. Men is niet gauw geneigd ergens wiskunde in te zien. Volgens mij moet je daar ook wiskundige voor zijn.*

*Wat voor soort wiskundige moet je zijn om als bedrijfswiskundige te kunnen functioneren? Je moet uiteraard afdoende op de hoogte zijn van wiskundige technieken. Wat ook erg belangrijk is dat je in staat bent je het probleem van je opdrachtgever eigen te maken. Dat betekent kunnen interviewen en een goede probleemdefinitie kunnen formuleren. Verder is het gebruik van informatietechnologie wezenlijk. Daar moet je in ruime mate mee*

*kunnen werken. Ook is het noodzakelijk dat je op het niveau van de opdrachtgever weet te communiceren*



*ren over je oplossing. Soms moet je draagvlak creëren voor jouw oplossing.*

*Verder moet je niet het idee hebben zelf nieuwe wiskunde te ontdekken. Een bedrijfswiskundige past bestaande wiskunde toe op een bedrijfsspecifieke situatie, maar bedenkt geen nieuwe technieken of theorieën...*

*Dat gebruik van informatietechnologie is ook de reden dat jullie je opleiding Bedrijfswiskunde en Informatica hebben genoemd? Ja zeker, wij hechten er aan dat studenten gebruik kunnen maken van standaardpakketten, maar ook zelf in staat zijn programmatuur te schrijven voor specifieke problemen.*

*Welk soort standaardprogrammatuur gebruiken jullie? Je moet dan denken aan spreadsheets, statistische pakketten en simulatiepakketten als Taylor. Met*

*dat laatste pakket kun je een wachttijdmodel grafisch invoeren en Taylor simuleert de doorloop van je model en berekent gemiddelde doorlooptijden en wachttijden.*

*Wanneer schrijf je dan zelf software?*

*Vooral bij iets als roosterproblemen en soms bij statistische problemen die niet met standaardsoftware opgelost kunnen worden. Je moet trouwens niet denken dat een wiskundige in staat is om volledige applicaties te schrijven voor bedrijven.*

*Daartoe lenen de informatica-opleidingen in het HBO zich beter.*

*Wat ik jammer vind is dat een vak als bedrijfswiskunde niet geïntegreerd is met algemene*

*opleidingen voor bedrijfskunde of logistiek.*

*Daar snijdt je een interessante kwestie aan. Naar mijn idee is bedrijfswiskunde op HBO-niveau steeds meer een specialisme aan het worden. Blijkbaar is er bij algemene bedrijfswiskundige opleidingen minder aandacht voor de wiskundige invalshoek van bedrijfsproblemen. Volgens mij is dat karakteristiek voor Nederland. In tegenstelling tot bijvoorbeeld Angelsaksische landen is er geringe integratie tussen wiskunde en de maatschappij in het algemeen. Je ziet al heel snel een zekere huivering om wiskundige technieken in te zetten bij problemen in het bedrijf. Bovendien vind ik dat de algemene waardering voor wiskundige beroepen in de maatschappij niet al te groot is. Dat blijkt ook uit de salarisstructuur. Het grote geld wordt verdiend in het management van ondernemingen. Leiding geven wordt meer gewaardeerd dan vakmanschap op het gebied van wiskunde of techniek in het algemeen.*

Wat valt daar tegen te doen?  
*Je zou als wiskundige zelf beter moeten communiceren over wat je doet en waartoe je in staat bent. Dat zou er ook toe kunnen leiden dat de resultaten van je werk meer zichtbaar worden. Zo zou je leerlingen in het voortgezet onderwijs ook beter kunnen laten zien waar je als wiskundige mee bezig bent. Want van bijvoorbeeld een chemicus is duidelijk wat hij doet. Je ziet hem in de weer met stofjes en reageerbuisen. Zo'n concreet beeld bestaat er niet direct van een beroepswiskundige.*

Zie je andere mogelijkheden om wiskunde wat meer voor het voetlicht te krijgen?  
*Je zou eens kritisch kunnen kijken naar de inhoud van een vak als Wiskunde B op de Havo. Dat vak geldt voor ons als vooropleiding en bewijst zeker zijn waarde als het gaat om het aanbrengen van een basis. Qua algemene vorming voorziet het zeker in een behoefte. Toch vind ik het jammer dat Wiskunde B zich met name op toepassingen in de techniek richt. Juist op terreinen als statistiek en operations research liggen mogelijkheden om op voldoende niveau aandacht te schenken aan toepassing van wiskunde in de praktijk. Daar zitten volgens mij de toepassingen die in de praktijk daadwerkelijk voorkomen. Ik zou het als een verrijking zien als hier bij Wiskunde B meer aandacht aan geschonken kon worden. Dan geef je in het vak ook een duidelijker blik op het werk van een wiskundige in de praktijk.*

En hoe sta je dan ten opzichte van een onderwerp als ruimtemeetkunde?  
*Ruimtemeetkunde is voor de algemene vorming van belang, maar zie je in de beroepspraktijk nauwelijks terug. Op HBO-niveau kun je van meetkunde niet je beroep maken.*

Eigenlijk ligt Wiskunde A veel meer in jullie lijn.

*Daar kan ik mij wel iets bij voorstellen, maar het vak biedt voor de beroepspraktijk te weinig ondergrond. Als oriëntatie op de economische wetenschappen voldoet het goed, maar leerlingen leren te weinig abstraheren. Matrixrekening en statistiek zijn interessante onderwerpen, maar leerlingen doen er relatief weinig mee. Als je A-leerlingen iets wil meegeven over de beroepspraktijk, dan zou ik aandacht schenken aan het opstellen en doorrekenen van wiskundige modellen.*

*Feitelijk is er behoefte aan mensen die in staat zijn onderwerpen uit wiskunde A op het niveau van wiskunde B toe te passen in de praktijk.*

Zie jij mogelijkheden om probleemstellingen uit de bedrijfswiskunde om te bouwen tot praktische opdracht voor Havo-leerlingen?  
*De onderwerpen van wiskunde B liggen ver af van die uit de bedrijfswiskunde. Alleen in Wiskunde B1 zit wat statistiek. De mogelijkheden voor opdrachten die gebruik maken van de voorkennis van leerlingen zijn dus beperkt. Een opdracht uit de bedrijfswiskunde zou sterk op zichzelf staan...*

*Voor Wiskunde A liggen de kaarten anders. Weliswaar is het niveau van de probleemstellingen in de praktijk te hoog voor een praktische opdracht, maar toch kun je A-leerlingen een rooster- of een planningsprobleem voorleggen. In eerste instantie is zo'n probleem oplosbaar zonder al te veel wiskundige kennis. Ook is simulatie van wachtrijen een goed onderwerp. Wij maken gebruik van een geavanceerd simulatiepakket als Taylor, maar er bestaat ook een eenvoudiger pakket met de naam Dynasys. Dat pakket biedt de mogelijkheid modellen in te voeren en te laten doorrekenen op bijvoorbeeld gemiddelde wachttijd in een bepaald proces.*

*Je zou tenslotte ook eens kunnen kijken naar de opgaven voor de wiskunde-Alympiade. Dat zijn beslist realistische opgaven.*

Als een lezer nu meer informatie over dit onderwerp wenst, hoe kan hij daar dan achter komen?  
*Je zou eens kunnen kijken op de website die we gemaakt hebben naar aanleiding van het symposium Wiskunde (in) Bedrijven dat we vorige maand georganiseerd hebben. Verder hoop ik voor een later nummer van Euclides een artikel te (laten) schrijven met een voorbeeld van een stagiair of een afstudeerder.*

Lijkt me interessant. Mag ik je dank zeggen voor het interview?  
*Graag gedaan.*

*Victor Schmidt*

#### Noot

- \* Website van het symposium Wiskunde (in) Bedrijven luidt:  
[www.tem.nhl.nl/tem/exact/bwisymp](http://www.tem.nhl.nl/tem/exact/bwisymp)



## Van de bestuurstafel

### Voorzitter? Een wereldbaan!

Even voelde ik me bezwaard omdat ik geen bestuurstafel had ingeleverd voor Euclides nummer 6. Alsof er niets gedaan was. Maar niets is minder waar natuurlijk, de activiteiten bruisten van de pagina's. De vereniging kent veel actieve leden, en dat maakt het leven van een voorzitter heel plezierig, je hoeft slechts een beetje te initiëren en coördineren. De positie van voorzitter is vooralsnog dus niet vacant, maar het bestuur kan wel enige versterking gebruiken in de sector vbo/mavo, vanwege het aftreden van Agneta Aukema-Schepel. Binnenkort verschijnt een oproep voor nieuwe bestuursleden, dus als u ambities koestert voor een bestuurslidmaatschap -wat heel leuk is- kunt u zich dan melden.

De regionale bijeenkomsten zijn net achter de rug, de opkomst in Leiden viel wat tegen, maar de eindindruk is toch positief. Traditiegetrouw volgen in mei de examenbesprekingen, met een speciale bijeenkomst voor de 'Tweede Fase'-pioniers. We kijken met spanning uit naar hun resultaten.

### Rondje langs de velden

Maar daarnaast staat er van alles op stapel. Even een rondje langs de velden:

**Zebra** De geboorte van de derde Zebra is een feit, met nog zo'n handvol minstens onderweg. Dat belooft een aardige kudde te worden. Nu maar hopen dat ze ook hun weg in ons onderwijs vinden. Als invulling van de keuzeruimte in vwo, zoals oorspronkelijk beoogd, of wellicht ook ondergebracht in praktische opdracht of profielwerkstuk. De mogelijkheden zijn legio, en we hopen hierover te berichten zodra ervaringen in de klas te melden zijn. Voorlopig stel ik mijn leerlingen nog slechts bloot aan testversies van

nieuwe boekjes, maar dat zijn heel inspirerende lessen, ook (of vooral) voor mij.

**Werkgroep havo/vwo** De SLO heeft van het ministerie opdracht gekregen de evaluatie van de Tweede Fase ter hand te nemen voor alle vakken. Onze werkgroep havo/vwo zal haar kennis over de wiskunde graag ter beschikking stellen. De activiteiten van de werkgroep havo/vwo hebben geleid tot een brief naar het ministerie met onze zorg over de grote verschillen in contacturen op de diverse scholen, en de gevolgen daarvan voor de te verwachten verschillen in het niveau van de leerlingen op het eindexamen. Ook hebben we in een brief onze verbazing uitgesproken over het besluit van de CEVO om de grafische rekenmachine plotseling niet meer toe te staan bij economie en biologie. Dit besluit komt ons inziens eerder voort uit koudwatervrees dan uit een oprechte wens tot vernieuwing, temeer daar uit contacten met de vereniging van economieleraars niet bleek dat zijzelf zo verontrust waren. Een uitvoerige discussie over de nieuwe manier van cijfergeven bij de examens leidde niet tot een eenduidig standpunt voor of tegen, zodat we maar afwachten hoe het gaan zal.

**SLO** Een veldaanvraag van enige jaren geleden heeft geresulteerd in een aantal voorbeelden van het gebruik van spreadsheets in de Tweede Fase, naast of als vervanging van delen van het boek. Ze zijn te vinden op de website van de SLO, en gratis te downloaden voor gebruik in de klas. Dat is de richting die we op willen: het moet niet zo zijn dat we het oude doen en daarbovenop ook nog al het nieuwe, dan wordt het overladen; het nieuwe moet ook daadwerkelijk als vervanging van het oude dienen. Die weg

is niet eenvoudig, maar gezamenlijk zetten we steeds meer stapjes vooruit. De veldaanvraag over profielwerkstukken in meerdere vakken, vorig jaar gedaan met onder andere de vereniging van aardrijkskundeleraren en docenten Nederlands, is in behandeling, maar hierover is nog niets te melden. Jammer, we hadden gehoopt door een tijdige aanvraag wat voorbeelden te hebben op het moment dat de behoefte er was.

**LION** Als leraar weer even terug naar de universiteit, om te zien hoe het daar nu aan toe gaat. Inspirerend voor jezelf, en dus (?) voor je leerlingen. Dat is iets wat veel mensen zal aanspreken. We zijn daarom blij met het project leraar in onderzoek van NWO, waarbij leraren in staat worden gesteld onderzoek aan een universiteit te doen. Met behoud van salaris en rechtspositie, wat het extra aantrekkelijk maakt. Meer hierover elders in dit nummer, en op de NVvW website.

**Nomenclatuur** Het nomenclatuurrapport Tweede Fase havo/vwo is nog steeds voor leden gratis verkrijgbaar bij de ledenadministratie.

**Lustrum, NVvW 75 jaar jong** U doet toch wel mee aan de manifestatie 'De Nationale Doorsnee'? U koopt toch wel het lustrumboek voor een speciaal ledenprijsje, en u bezoekt toch wel ons zeer speciale lustrumcongres?

Zo, nu bent u weer aardig bij, hoewel: het Wereldwiskunde Fonds, de werkgroep hbo, mbo, mavo/vmbo, internet, Kennisnet, wiskids, wisweb, didactiek, Europese contacten... Hoe staat het daarmee? Dat ... vertellen we u een volgende keer.

*Marian Kollenveld*

## Tweede aankondiging

Dit is de tweede aankondiging voor het lustrumcongres en de jaarvergadering 2000 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Dit jaar bestaat de Vereniging 75 jaar. Bovendien is 2000 uitgeroepen tot het Jaar van de Wiskunde. Vandaar dat we dit jaar een uitgebreide en feestelijke jaarvergadering/studiedag organiseren. Om het bijzonder te maken wordt het een tweedaags lustrumcongres, inclusief de mogelijkheid tot overnachten.

Dit congres organiseert de NVvW samen met de **Faculteit Wiskunde en Informatica van de Universiteit van Utrecht** en de **Hogeschool van Utrecht**.

Reserveer, als u dat nog niet gedaan heeft, de volgende data en tijden in uw agenda:

**vrijdag 17 november 2000 vanaf**

**15:30 uur tot en met zaterdag**

**18 november 2000 16:00 uur.**

Ook de plaats van handeling is van een feestelijk tintje voorzien, de locatie is het Educatorium van de Universiteit van Utrecht, te Utrecht.

# Jaarvergadering Lustrumcongres



2000

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Het thema van dit congres is:

## Wiskundeonderwijs over de grens

Met drie subthema's:

wiskundeonderwijs over de **landsgrenzen**

wiskundeonderwijs over de **vakgrenzen**

wiskundeonderwijs over de **tijds grenzen**

De congrescommissie geeft aan het hele programma een feestelijke tint. Het ziet er naar uit dat het congres geopend zal worden door Minister Hermans van Onderwijs en Wetenschappen. De plenaire lezingen worden verzorgd door gerenommeerde sprekers in hun vak en toegezegd hebben prof.dr. J. de Lange, hoogleraar/directeur van het Freudenthal Instituut, G. Schilling, wetenschapsjournalist met specialisatie sterrenkunde en dr. E. de Moor, specialist op het gebied van meetkundeonderwijs, in het bijzonder de historische kanten daarvan. Ook zijn er al verregaande contacten met buitenlandse wiskundigen gelegd.

Zoals u gewend bent, zijn er diverse workshops gerelateerd aan de subthema's. Momenteel is het aanbod 45 workshops groot, dus voor eenieder wat wils.

De vrijdagavond is een feestavond waar u van de ene verrassing in de andere zult vallen. Dit programma-onderdeel kunt u niet passief over u heen laten gaan. Er wordt van u, naast het deelnemen aan het buffet, een grote actieve wiskundige inbreng verwacht.

Zoals gewoonlijk is er op de zaterdag een markt met alle voor het wiskundeonderwijs belangrijke instanties.

Het congres bestaat uit twee dagen en voor de deelnemers die van ver komen is er een mogelijkheid tot overnachting.

Heeft u hiervoor belangstelling dan zijn er twee opties: een goedkope overnachting met ontbijt in de Jeugherberg of een duurdere in een hotel. Er is een beperkt aantal kamers gereserveerd.

De prijs voor dit congres is inclusief koffie/thee, lunch, buffet en exclusief overnachting: voor leden f 125,- en voor niet-leden f 250,-.

In een van de volgende nummers van Euclides volgt er een uitvoeriger aankondiging en in het eerste Euclidesnummer van het lustrumjaar staat de aanmeldingsprocedure uitvoerig beschreven.

De aanmelding start met het verschijnen van die Euclides en sluit op 1 oktober. Hiervoor geldt: wie het eerst komt die het eerst maalt.

Bezoekt u ook de website [www.nvww.nl](http://www.nvww.nl), met daarop de laatste informatie over het congres.

Inlichtingen: Marianne Lambriex,  
tel. overdag 040-2645777  
email: [lam@scehv.iae.nl](mailto:lam@scehv.iae.nl)  
tel. 's avonds 0497-517781  
email: [m.lambriex@nvww.nl](mailto:m.lambriex@nvww.nl)

Namens de congrescommissie,  
*Marianne Lambriex*

De werkgroep HBO van de **Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren** nodigt u uit voor een informatieve bijeenkomst, over:

- **Nieuwe instroom vanuit havo en mbo vanaf 2001**
- **Aansluitingsproblematiek mbo-hbo**
- **Wiskundeonderwijs en computeralgebra**

*datum:* **25 mei 2000**

*plaats:* **Zalencentrum TIBERDREEF Tiberdreef 8 3561 GG Utrecht**

#### **Ad 1**

Binnen de nieuwe examenprogramma's voor havo en mbo (sector Techniek) is het gebruik van de Grafische Rekenmachine (GR) een verplicht onderdeel. Dit zal zeker consequenties hebben voor de vaardigheden van instromers in het HTO vanaf het cursusjaar 2001/02.

Enerzijds zullen in het onderwijs algebraïsche vaardigheden minder benadrukt zijn, anderzijds mag een flexibeler probleem-aanpakgedrag worden verondersteld waarbij de mogelijkheden van de GR worden benut.

De consequenties van deze verandering zullen worden toegelicht vanuit het TWIN-project.

Binnen dit project is een nieuw programma gedefinieerd voor het mbo, sector Techniek, waarbij de GR is geïntegreerd in zowel de leerstof als de toetsing. Het eerste experimentele examen is in januari 2000 afgenomen en is (als PDF file) te vinden op de website van het Freudenthal Instituut: [www.fi.uu.nl/twin/](http://www.fi.uu.nl/twin/)

Inleider

**Henk van der Kooij**

*proj. leider TWIN, Freudenthal Instituut*

#### **Ad 2**

Van alle kanten komen berichten over locale dan wel regionale afspraken tussen ROC's en HBO-instellingen over de doorstroom mbo-hbo voor de sector Techniek.

In de regio Noord Oost hebben de vijf Hogescholen en de ROC's gezamenlijk een convenant opgesteld waarin de eisen/wensen zijn geformuleerd ten aanzien van een verantwoorde doorstroming. Het is een goede zaak als er landelijk wat meer eenduidigheid ontstaat met betrekking tot de doorstroommogelijkheden. Het convenant van Noord Oost kan daarbij een goede voorbeeldfunctie vervullen.

Inleider:

**Sake Jan Bokma**

*Noordelijke Hogeschool Leeuwarden*

#### **Ad 3**

De subgroep Didactisering Computer-algebra van de werkgroep HBO is actief op het gebied van de (veranderende) invulling van het vak Wiskunde in het HBO als daarbij Computeralgebra wordt ingezet. Samen met het document 'Wiskunde in een vernieuwend HBO', dat door de werkgroep is geproduceerd, is er alle aanleiding om stil te staan bij de uitdaging van een vernieuwende opzet van het vak wiskunde in het HTO.

Inleider:

**Henk Staal**

*Educatieve Faculteit Amsterdam*

# Zou het Vermoeden van Goldbach ook bewezen zijn?

*Barbara van Amerom,  
Arthur Bakker,  
Klaske Blom, Marjolein Kool en  
Jan van Maanen*

*Jan van Maanen:* In het najaar van 1998 zijn we begonnen met een groepje dat literatuur bespreekt op het raakvlak van geschiedenis van de wiskunde en wiskundeonderwijs. We, dat zijn op dit moment Barbara van Amerom, die op het Freudenthal Instituut werkt aan een proefschrift over het verwerken van elementen uit de geschiedenis in de aanvang van het algebra-onderwijs en daarnaast docente is op het Meridiaancollege te Amersfoort, Arthur Bakker, die aan het Freudenthal Instituut promotieonderzoek doet naar statistiekonderwijs met computertools, Sacha la Bastide - van Gemert, die in Groningen onderzoek doet naar de ontwikkeling van Freudenthals didactische ideeën, Klaske Blom, die aan de RUG heeft gewerkt aan een project over geschiedenis van de meetkunde en meetkundeonderwijs en wiskunde geeft aan het Willem Lodewijk gymnasium in Groningen, Marjolein Kool, die het tijdschrift Willem Bartjes uitgeeft, docente rekendidactiek is aan de



Hogeschool Domstad in Utrecht en in het project MOOJ nascholingsmateriaal ontwikkelt over de positie van meisjes en jongens in het wiskundeonderwijs. Zelf geef ik wiskunde en geschiedenis van de wiskunde aan de RUG en ben ik voorzitter van de internationale studiegroep over de relatie tussen 'History and Pedagogy of Mathematics' (HPM), en ik ben als begeleider betrokken bij de

projecten van Barbara, Sacha en Klaske.

Meestal bespreken we artikelen uit wetenschappelijke tijdschriften, maar dit keer hebben we een boek onder handen genomen, vers van de pers. Omdat er nogal wat dingen naar voren kwamen die voor meer mensen interessant kunnen zijn, hebben we deze bespreking van het boek gemaakt, waarin nog echt gesproken wordt. Marjolein begint met een korte samenvatting van de inhoud en gaat vervolgens in op een aantal vragen over het boek.

*Marjolein Kool:* Op een dag ontvangt Pierre Ruche in Parijs een mysterieuze brief van zijn vroegere studievriend Elgar Grosrouvre. Deze woont in het Amazonegebied en beweert belangrijke wiskundige ontdekkingen gedaan te hebben. Grosrouvre kondigt aan dat hij binnenkort zal sterven en belooft zijn oude vriend dat hij hem zijn wiskundeboeken zal toezenden. Het blijkt om een uiterst kostbare verzameling van historische boeken te gaan. In elk boek ligt een handgeschreven kaart met aantekeningen van Grosrouvre. Ruche besluit op zijn oude dag wiskunde te gaan studeren aan de hand van de boeken uit de 'bibliotheek uit het bos'. Daarmee hoopt hij een antwoord te vinden op de vele mysterieuze vragen die zijn vriend door zijn dood en zijn brieven heeft opgeroepen. Ruche, een gepensioneerd Parijze-

naar die in zijn rolstoel enthousiast door het leven gaat, is eigenaar van de boekhandel 'Duiszend-en-één blaadjes'

*Denis Guedj*  
**De stelling van de papegaai**  
Roman over  
de geschiedenis van  
de wiskunde

Amsterdam: Ambo 1999  
vertaling Joris Vermeulen  
ISBN: 90 263 1604 6  
558 pagina's, f 49,50

in de Rue Ravignan. De winkel wordt beheerd door Perette Liard, de moeder van een zestienjarige tweeling - Jonathan en Lea - en de twaalfjarige Max. Dit zijn de vijf

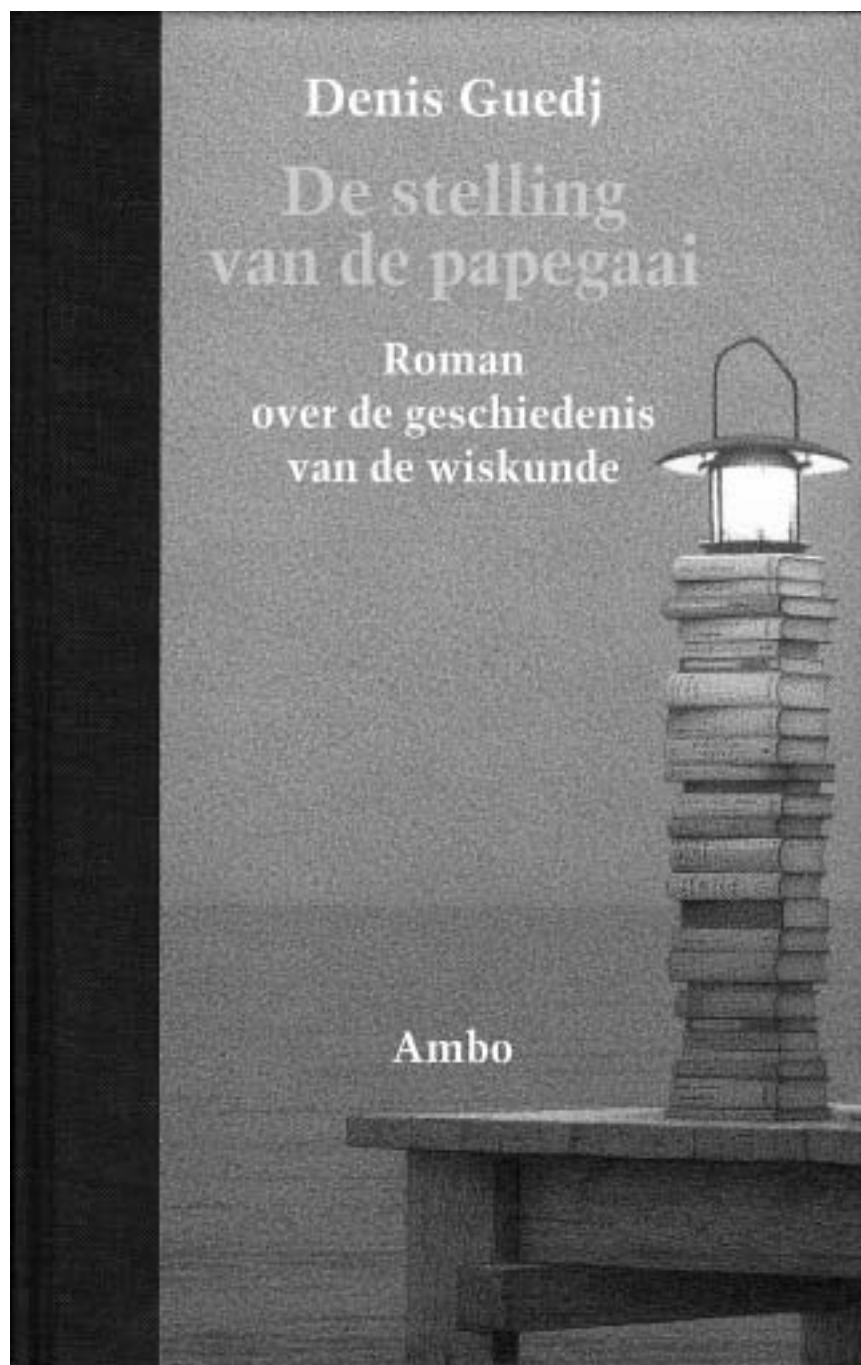
zondere dingen gebeuren. Max komt thuis met de sprekende papegaai Nofuture, die hij op de Vlooiemarkt uit handen van twee criminelen heeft gered en een

personen groeien naar elkaar toe en het verhaal komt in een stroomversnelling door een mysterieuze dood en een heuse ontvoering. Meneer Ruche en zijn team leren dat de drie klassieke wiskundevragen uit de oudheid - de kwadratuur van de cirkel, de verdubbeling van de kubus en de driedeling van de hoek - niet oplosbaar zijn. Maar met de DVRR - de Drie Vraagstukken van de Rue Ravignan - komen zij verder. Ze ontdekken dat Elgar Grosrouvre zijn wiskundige ontdekkingen vlak voor zijn dood aan een trouwe compagnon heeft meegedeeld. Ze ontdekken ook wie die compagnon is. Zelfs het mysterie van de dood van Grosrouvre wordt, als een echte wiskundige zoektocht, beetje bij beetje ontrafeld. Alleen zal niemand ooit te weten komen of de wiskundige uit het Amazonegebied inderdaad de Laatste stelling van Fermat en het vermoeden van Goldbach bewezen heeft. De enige getuige laat zich niet meer onderwerpen.

Aanvankelijk riep het boek bij mij wat irritatie op. Er wordt zo'n waterval aan namen van wiskundigen en plaatsen, boektitels en jaartallen over de lezer uitgestort, mijn pogingen om die te onthouden, - in een roman wil je immers graag de personen onthouden - liepen op niets uit. Een lezer die nog nooit iets over de geschiedenis van de wiskunde heeft gelezen komt helemaal om in de informatie. Toen ik me realiseerde dat je, als je bijvoorbeeld de 'Geschiedenis van de wiskunde' van Dirk Struik achter elkaar leest, ook niet alles kunt onthouden, las ik minder studieuze en begon het leuk te worden. Weliswaar bleven niet zoveel losse historische feiten in mijn hoofd hangen, maar de auteur had wel een aantal lijnen en terugkerende thema's uitgezet die me deden nadenken over de wiskunde en de geschiedenis daarvan.

hoofdpersonen in het fictieve deel van het boek, dat voortdurend gelardeerd wordt met stukken non-fictie uit de geschiedenis van de wiskunde. De vijf leven nogal langs elkaar heen in het woonhuis bij de winkel tot er op een dag twee bij-

mysterieuze brief van Grosrouvre wordt bezorgd, die opeens de schijnwerper op de wiskunde richt. De bewoners van het huis en zelfs taxichauffeur Albert en kruidenier Habibi raken steeds meer in de greep van de wiskunde. De hoofd-





Eén van die thema's is het steeds terugkerend dilemma: Wanneer moet je als wiskundige je resultaten publiek maken? Wat kunnen redenen zijn om te zwijgen tot in het graf? De Pythagoreeërs en Scipio del Ferro hielden hun ontdekkingen voor zichzelf. Andrew Wiles heeft de zeven jaar voorafgaand aan de publicatie van zijn bewijs van de Laatste Stelling van Fermat ook zijn ontdekkingen aan niemand prijs gegeven. Aan dit rijtje voegt de auteur Elgar Grosrouvre toe. Een andere rode draad is de leeftijd waarop de meeste wiskundigen hun grote ontdekkingen doen: Abel was 21, Galois 18 en Pascal 12. Waarom zijn er maar weinig oudere wiskundigen die belangrijke vondsten doen? In het boek wordt in originele bewoordingen een verklaring geopperd: Turners zijn na hun twintigste ook geen moer meer waard... Wiskunde is hersengymnastiek. En die Blaise [Pascal] is de Carl Lewis van de hersengymnastiek [p. 376]. De geschiedenis herhaalt zich voortdurend en de auteur accentueert dat in het fictieve deel van zijn boek: Hoeveel bibliotheken zijn er in de loop der eeuwen niet in vlammen opgegaan? De bibliotheek van Grosrouvre ontsnapt aan de vlammen. Een heel ander aspect zijn de weinige vrouwen die een belangrijke rol hebben gespeeld in de geschiedenis van de wiskunde. De wiskundige papegaai in dit verhaal blijkt uiteindelijk een vrouwtje te zijn. In het fictieve deel van het boek worden lijnen uit de geschiedenis van de wiskunde samengeknoopt. Zo ontdekt de lezer dat stellingen soms kinderlijk eenvoudig kunnen zijn, maar dat het bewijzen ervan vele generaties wiskundigen bezig kan houden.

*Barbara van Amerom:* Ik mis bij je opsomming van de hoofdpersonen alleen de papegaai. Die noem je wel, maar die mag er voor mij best als zesde hoofdpersoon bij.

*Arthur Bakker:* Toen ik de ondertitel van het boek las, Roman over de geschiedenis van de wiskunde, was ik sceptisch. Oké, De Wereld van Sofie over de geschiedenis van de filosofie is ook een bestseller geworden, maar waarom zou je de geschiedenis van de wiskunde in een roman aan de man te brengen? Krijg je dan niet een voortdurend conflict tussen de roman als vorm en de geschiedenis van de wiskunde als inhoud? Ik moest denken aan een uitspraak die ik in een boek van Kundera gelezen heb. Kundera haalt daar Hermann Broch aan, met de woorden 'Een roman moet alleen vertellen wat alleen een roman kan vertellen'. Tijdens het lezen verdween mijn scepsis echter volledig. Ik was aange naam verrast door de manier waarop Guedj het verhaal verweeft met de stof die hij wil vertellen. Er is een duidelijke lijn in het verhaal, dat soms zelfs spannend is, en gaandeweg ontdekte ik allerlei parallellen tussen het verhaal en de geschiedenis. Op het laatst vallen alle puzzelstukjes op hun plaats.

*Jan van Maanen:* Helemaal me eens. Ook ik was gefascineerd door de samenhang van de 'fictie' en de 'non-fictie' uit het boek. Die is er op een heel vernuftige manier in aangebracht. Grosrouvre heeft namelijk sporen over zijn eigen leven en wiskundig onderzoek achtergelaten in de boeken die hij aan zijn vroegere studiegenoot Ruche nalaat (de 'bibliotheek uit het bos'). Als wiskundige kan ik me zo goed voorstellen hoe dat gaat: je zit in een boek te lezen en komt opeens iets tegen waarin je jezelf herkent. Dat onderstreep je, of je zet er een kruisje bij, om het later gemakkelijk terug te kunnen vinden. Wanneer later iemand die kruisjes tegenkomt is dat voor die lezer een soort puzzel: wat heeft degene bewogen om destijds die kruisjes te zetten? Je ziet Ruche met deze vragen worstelen, maar

tegelijk hield ik zelf die kleine sporen ook heel goed bij. Voor mij gaf het een interessante samenhang tussen de wiskundig-historische stukken en de speurtocht naar de wijze waarop Grosrouvre aan zijn einde kwam.

*Arthur Bakker:* De geschiedenis, die ik vooral uit wetenschappelijke boeken ken, kwam voor mij tot leven. Ik was verbaasd hoe Guedj allerlei aspecten van de wiskunde toont zonder droog wetenschappelijk of al te romantisch te worden. Daarbij laat hij niet alleen maar allerlei mooie onderwerpen uit de wiskunde zien. Veel meer geeft hij een beeld van hoe het is om soms simpele vragen te stellen en eeuwen lang geen zekerheid te hebben. De manier waarop Guedj de roman gebruikt om iets te vertellen, is heel geschikt om te laten zien hoezeer wiskunde een menselijke activiteit is; ze is zeker geen trukendoos waaruit je eeuwige waarheden tovert. De ver vlechting van een verhaal dat je meesleept en de wiskundige kennis die nodig is om een mysterieuze brief en een verdacht sterfgeval te begrijpen, vond ik heel mooi.

*Klaske Blom:* Ik vond het juist uitermate vervelend om steeds te moeten wisselen tussen de verhaallijnen. Zat ik eindelijk een beetje in de spanning van het verhaal moest ik mijn blik weer richten op een wiskundig probleem of een historische verhandeling. De vervlechting waarover jij spreekt ervaar ik hier als negatief: de taal waarin het verhaal geschreven is, is niet rijk genoeg om het echt spannend te maken. De historisch wiskundige gedeelten roepen vanwege hun smeulige sausje bij mij aarzelingen op over de correctheid van de beweringen. De roman en de wiskundige delen zijn te veel in elkaar overgevoerd waardoor ze beide te veel van hun eigenheid opofferen en te weinig om te voorkomen dat



ik steeds een blikwisseling moet maken.

*Arthur Bakker:* In mijn beleving komen onderwerpen uit de geschiedenis juist langs in hapklare brokken, vaak omkleed met een mooi verhaal. Hierdoor kan deze roman andere dingen vertellen en vermoedelijk veel meer mensen bereiken dan een standaard 'Geschiedenis van de wiskunde'. Al met al had ik toch het gevoel dat de schrijver iets vertelt wat hij alleen in een roman kan vertellen. En dat doet hij op een kleurrijke manier.

*Barbara van Amerom:* Om dit soort redenen vind ik het boek ook zeer de moeite waard: het is vlot geschreven, er speelt zich tot het einde toe een spannend verhaal af, en de balans tussen de wiskunde enerzijds en de fictie anderzijds is goed. Ook heeft de auteur een verfrissende en soms humoristische kijk op gebeurtenissen en personen uit de geschiedenis van de wiskunde, waarmee hij mij een andere bril heeft opgezet.

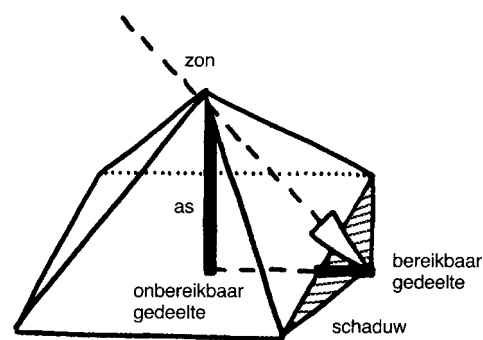
*Jan van Maanen:* Ik wil nog wel iets kwijt over de kwaliteit van de historische stukken. Die vind ik namelijk van een heel goed niveau, maar je moet op je hoede zijn. Ik zal een voorbeeld geven. Een centrale rol in de roman speelt het verhaal van de oplossing in wortelvormen van de derdegraads vergelijking. Dat is een bekend verhaal, dat regelmatig naverteld wordt, onlangs bijvoorbeeld nog weer in de Nieuwe Wiskrant. Maar Guedj doet het dit keer wel op een bijzondere manier. Hij vertelt allerlei zaken zeer gedetailleerd die ik in de meeste beschrijvingen van deze geschiedenis niet tegenkom. Van Tartaglia, wiens oplossing van de vergelijking op een schlemielige wijze door Cardano gestolen wordt, zeggen de meeste boeken nog wel dat het een bijnaam is die 'Stotteraar' betekent. Nieuw in dit boek is de uitgebreide aandacht

voor de oorzaak van dit stotteren, die met de nodige pathos uit de boeken gedaan wordt. Ook de persoon van Cardano wordt breeduit getekend, als een soort geniale gek die op miraculeuze wijze de ongelukken in zijn jeugd overleefde en als astroloog zeker zo vermaard was als als wiskundige.

Marjolein had het net over 'feiten', die niet zo goed bleven hangen. Ik heb me steeds afgevraagd hoe feitelijk het boek is. Mijn antwoord daarop is dat Guedj de beschikbare feitelijke informatie correct weergeeft, maar dat hij er ook niet voor terugschrikt om het verhaal aan te vullen met fantasie zodra de feiten ontbreken. Een mooi voorbeeld daarvan is als hij het over Thales heeft. De bronnen over Thales zijn beperkt tot enkele zinnen van Griekse historici die vele eeuwen na Thales leefden, over stellingen die Thales gevonden heeft. Guedj geeft die stellingen weer, maar fantaseert er vervolgens stevig op door. Zo vertelt hij dat Thales uit de lengte van de schaduw van een piramide de hoogte van de piramide berekend heeft. In de eerste plaats is het maar de vraag of de legendarische Thales echt in Egypte geweest is. In de tweede plaats is het verhaal niet op bronnen maar op de duim van de auteur gebaseerd. Maar het aardige is wel dat het verhaal heel plausibel is. Het past bij de toestand van de wiskunde in de tijd waarin Thales leefde, dus het had kunnen gebeuren zoals het nu beschreven staat. Wat wel op bronnen gebaseerd is en wat niet, dat schrijft Guedj er niet bij. Je moet je dus enerzijds laten overrompelen door de roman, want zo hoort dat bij een roman, maar aan de andere kant moet je de historische mededelingen wantrouwen, want ze zouden verzonnen kunnen zijn. Die werkwijze geeft de auteur veel armslag, maar het maakt je als lezer wat onzeker. Het is een heel eigen stijl, Guedj heeft in 1987 nog zo'n boek geschreven, over de

wederwaardigheden van twee expedities die in 1792 uitgezonden werden om de lengte van de meridiaan tussen Barcelona en Duinkerken te bepalen, Het meten van de wereld, waarin hij op precies dezelfde manier te werk gaat (in het Nederlands uitgekomen bij Bert Bakker, 1999).

Dan nog iets over de vertaling. Het Nederlands leest heel goed, maar de wiskundige stukken zijn niet altijd goed overgekomen. Je ziet dat aan het gebruiken van niet bestaande terminologie, zoals 'irrationele' in plaats van irrationale getallen, aan het onvertaald laten van 'generatrices' waar wij het over voortbrengers hebben, aan de verwarring die ontstaat door het over de 'zijkant van de piramide' te hebben, terwijl pas na een tijdje duidelijk wordt dat dit niet een vlak maar een ribbe in het grondvlak van de piramide is, aan 'functies met een denkbeeldige variabele' in plaats functies van een complexe variabele, en het is niet moeilijk om deze lijst nog een stukje voort te zetten. Er staat zelfs een onjuiste formule in, die beweert  $\sin(a + b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$ . Die kan in de Franse uitgave ook al fout gestaan hebben, want ik heb het origineel er niet bij gehad, maar het laat wel zien dat de uitgever er goed aan gedaan had als hij het boek een maand later had uitgebracht om er nog even een wiskundige naar te laten kijken.



Uit: Denis Guedj, "De stelling van de papegaai, Roman over de geschiedenis van de wiskunde", p. 50.

*Barbara van Amerom:* Ik heb ook nog wel een paar kritische kanttekeningen. Het enthousiasme van de auteur en de bijbehorende overvloed aan uitroeptekens is me op den duur een beetje gaan tegenstaan. Guedj schreeuwt je haast iedere bladzijde toe hoe fantastisch wiskunde is, zelfs de pubertweeling Jonathan en Lea stort zich jubelend op de wiskunde. Het is voor mij ondenkbaar dat scholieren van 16 jaar warm lopen voor wiskundige bewijzen, laat staan er zelf onderzoek naar doen. En tenzij het onderwijsprogramma op Franse scholen heel anders is dan in Nederland, lijkt het mij erg onwaarschijnlijk dat de tweeling zoveel wiskundige kennis in huis heeft als de auteur ons doet geloven. Dit alles maakt dat de roman soms iets weg heeft van een promotie-campagne voor het vak wiskunde.

Hoe zou ik deze roman kunnen gebruiken voor of in mijn lessen, heb ik me afgevraagd. Als docent vind ik het leuk om leerlingen te vertellen over de menselijke kant van mijn - in de ogen van vele mensen abstracte en starre - vak. Daarvoor zou ik graag in het boek de nodige informatie over wiskundigen willen opzoeken, maar helaas heeft het boek geen personenregister - tenminste, niet met paginnummers. Aangezien aan lang niet alle hoofdstuktitels is af te zien welk tijdperk of welke onderwerpen in het hoofdstuk worden aangesneden, vereist dit wel enige historische kennis van de lezer. Het boek is in mijn ogen dus niet zonder meer voor iedere wiskundedocent toegankelijk.

*Arthur Bakker:* Ik denk dat het een goed boek is voor leraren en studenten met interesse voor de geschiedenis, maar ook voor enkele geïnteresseerde leerlingen. Ik kan me voorstellen dat een leraar een passage kopieert voor leerlingen,

bijvoorbeeld als hij of zij iets extra's over het getal  $e$  wil vertellen.

*Klaske Blom:* Eén van mijn derdeklassers heeft het boek gelezen in de kerstvakantie en is erg enthousiast. Ze leest het vooral als een spannend boek en vindt het leuk dat er ook veel wiskunde in staat. Ze begrijpt niet alles en slaat de moeilijke delen gewoon over. Voor haar is dit geen beletsel om van het boek te genieten. Met name het gedeelte over de piramide van Thales vond ze erg mooi. Nou moet ik hier wel aan toevoegen dat deze leerling veel plezier en een goed inzicht heeft in wiskunde; bovendien is ze bijzonder geïnteresseerd in de geschiedenis van de wiskunde. Dit maakt haar geen doorsnee leerling, maar er zijn ongetwijfeld meer leerlingen die geboeid zijn door wiskunde en haar geschiedenis. Hen zou ik dit boek zeker aanraden.

*Jan van Maanen:* Voor mijzelf was dit een heel interessant boek. Veel van wat er aan historische informatie in staat hoort ook tot de stof van mijn geschiedeniscollege, en het is leerzaam om te zien hoe iemand anders dat vertelt, zeker nu dat zo fantasierijk gedaan wordt. Daar heb ik wel wat van opgestoken. Ik denk dat iedereen die de wiskundige onderwerpen zelf al beheerst er om deze reden veel plezier aan zal beleven. Maar ik vrees dat het wel taai zal zijn voor iemand voor wie het een eerste kennismaking is. Bij complexe getallen bijvoorbeeld, of de niet-ingewijde dat met plezier en vrucht zal lezen, dat vraag ik me erg af. En omdat het boek vol staat met potentieel nieuwe wiskunde stoot dat zulke lezers misschien af. Maar misschien is het juist wel heel leuk om op deze wijze met een nieuw onderwerp kennis te maken. Ik weet het niet.

Als roman voor een algemeen publiek lijkt het boek me niet geslaagd. Daarvoor is de bood-

schap te veel afhankelijk van het begrijpen van de wiskunde, en er zit nogal wat wiskunde in. Maar lezers die met wiskunde uit de voeten kunnen zullen het verhaal met plezier lezen, en ook nog wat nieuwe kleur in de wiskunde zien verschijnen. Vooral het gegeven dat de wiskunde echt een rol speelt in het verhaal, als een soort persoon op de achtergrond, heb ik zeer de moeite waard gevonden. Het verhaal begint vlak, maar naarmate je vordert in het boek en de structuur rijker wordt, wordt het knap spannend, met een heuse ontknopng.

*Barbara van Amerom:* Ik kom nog even terug op het thema voor wie dit een geschikt boek is. Omdat Parijs er zo duidelijk in voorkomt zou je het kunnen gebruiken bij de voorbereiding van een werkweek naar Parijs. Je moet er niet een hele klas op zetten, maar als er een wiskundedocent meegaat die met een paar leerlingen een eigen thema wil uitzoeken, kan het heel goed dienst doen.

*Marjolein Kool:* De belangrijkste les uit het boek is voor mij: De wiskunde is geen trukendoos vol eeuwigdurende waarheden. Ze heeft een eeuwenlange ontwikkeling achter de rug en nog is het eind niet in zicht. De laatste stelling van Fermat is uiteindelijk bewezen, en misschien gebeurt dat op een dag ook met het Vermoeden van Goldbach. Wiskunde heeft geschiedenis en toekomst. Alleen al om dat inzicht zou ik dit boek van harte willen aanbevelen.

Andries Sarlemijn & Lambèr M.M. Royakkers

**Logica: grondbeginselen en toepassingen**

Van Gorcum, Assen, ISBN 90 232 3316 6

217 blz., prijs f 49,90

Nu in het profiel Natuur en Techniek van het vwo het "bewijzen in de vlakke meetkunde" (domein Gb, eindterm 131) weer zijn intrede doet in het wiskundeonderwijs, is bespreking van bovengenoemd boek op zijn plaats. Hoewel dit boek geschikt geacht wordt voor een breed publiek, heeft recensent dit boek vooral bekeken met de ogen van een wiskundedocent.

In de inleiding wordt een uitspraak van Paul Lorenzen aangehaald: 'Als logici zich gaan concentreren op zuiver deductieve structuren, dan ontbreekt het hen doorgaans aan fantasie, ...' Recensent is er zich van bewust dat deze uitspraak ook geldt voor wiskundigen. De schrijvers laten in de inleiding van het boek zien dat het krampachtig vasthouden aan een te sterke binding van logica en omgangstaal tot problemen leidt. Zelfs in de syllogismenleer van Aristoteles, die in de Middeleeuwen verder ontwikkeld is, is sprake van idealisering, maar 'subject' en 'predikaat' worden daar toch nog zo opgevat, dat ze dicht bij de omgangstaal staan, dan in de moderne logica het geval is. De moderne logica kan, door haar formele karakter, gezien worden als een onderdeel van de wiskunde.

Naast grondbeginselen behandelen de schrijvers ook toepassingen van de logica. De tekst wordt gelardeerd met notities die de logica in een historische context plaatsen, waardoor de leesbaarheid wordt verhoogd. De didactische opzet van het boek is zo gekozen dat de moeilijkheidsgraad toeneemt in de achtereenvolgende hoofdstukken.

Na de inleiding volgt een uitgebreide behandeling van de klassieke junctorenlogica (propositielogica). De formele taal  $Tu$  wordt ontwikkeld volgens het systeem van Łukasiewicz vanuit priemformules en de beide voegtekens  $\neg$  (negatie) en  $\rightarrow$  (implicatie). De schrijvers leiden hieruit de tabel van Bocheński af. In de modeltheorie worden de waarheidstabellenmethode en de Beth-tableaumethode beschreven om de geldigheid van formules en van conclusies uit premissen aan te tonen. In de bewijstheorie wordt vanuit het axiomatische systeem  $S_L$  de bewijsbaarheid en de afleidbaarheid van formules beschreven. De behandeling van de klassieke logica wordt afgesloten met het aantonen van de gelijkwaardigheid van geldigheid en bewijsbaarheid van formules (correctheid en vol-

ledigheid), de consistentie van  $S_L$  en de onderlinge onafhankelijkheid van de axiomatische schema's van  $S_L$ .

De intuïtionistische logica van L.E.J. Brouwer en A. Heyting wordt summier besproken.

In de deontische logica treedt naast de voegtekens  $\neg$  en  $\rightarrow$  de normatieve operator  $O$  op. Met deze operator wordt de taal  $Tu$  uitgebreid tot  $Tn$ . De behandeling van de deontische logica is in grote lijnen gelijk aan die van de klassieke logica. Als axiomatische systeem  $Sn$  wordt het standaardsysteem van G. H. Von Wright gehanteerd. Veel aandacht wordt besteed aan de logische en normatieve consistentie van normatieve stelsels, vooral met het oog op toepassingen in de juridische sfeer.

De schrijvers beperken zich bij de behandeling van de kwantorenlogica (predikatenlogica) tot die logica, waarbij een volledigheidsbewijs geleverd kan worden. Het is een herhaling van de behandeling van de klassieke junctorenlogica, maar dan op een hoger niveau. Taal  $Tu$  wordt nu uitgebreid tot taal  $Tp$  door de invoering van de kwantor  $\forall$ , variabelen en predikaatsymbolen.

Tenslotte wordt een toepassing van de logica behandeld: Maatschappelijke keuzetheorie.

De didactische opbouw van het boek is goed. De meeste theorema's worden bewezen met duidelijke verwijzingen naar de theorie elders in het boek. Voor iemand met een wiskundige achtergrond zijn er veel herkenningpunten. De vraag die hierbij opkomt is of het boek voor niet wiskundig geschoolden voldoende toegankelijk is.

Het is jammer dat het onderscheid tussen hoofdzaken en bijzaken niet duidelijk naar voren komt. Door het grote aantal regels, definities en theorema's dreigt men het zicht op het geheel te verliezen. Regels en definities liggen soms wel erg in elkaars verlengde. Ook typografisch is er geen verschil. Het onderscheid tussen de symbolen in de objecttaal en de metataal (b.v. het onderscheid tussen  $\rightarrow$  en  $\Rightarrow$ ;  $\equiv$  en  $\Leftrightarrow$ ) wordt te veel terloops vermeld. Het geheel overziend kan echter gezegd worden dat dit boek zeker geschikt is voor mensen die zich zelfstandig willen verdiepen in de logica. De bestudering van de inhoud kost enige moeite, maar degene die zich deze moeite wil getroosten krijgt beter inzicht in de kunst van het redeneren.

Chris van der Heijden



### Zomerkampen Vierkant

De stichting Vierkant voor Wiskunde organiseert elke zomer twee zomerkampen met een wiskundige inslag voor scholieren van 10 tot 17 jaar.

Ook dit jaar weer:

- \* **van 7 - 11 augustus 2000** voor de kinderen van groep 6, 7 en 8 (basisonderwijs) en brugklassers (*kamp A*);
- \* **van 14 - 18 augustus 2000** voor leerlingen van het voortgezet onderwijs inclusief brugklassers (*kamp B*).

De kampen worden begeleid door ervaren wiskundigen. Leerlingen hoeven geen whizzkids te zijn om mee te gaan, maar moeten wel een liefhebber zijn van het oplossen van (wiskundige) problemen en puzzels of het maken van wiskundige (kunst)(bouw)werken. De activiteiten worden afgewisseld met lezingen, spelletjes, sport (zwemmen en een dropping) et cetera.

#### Locatie:

Jeugdherberg de Poelakker in Lunteren.

#### Informatie:

Stichting Vierkant voor Wiskunde,  
Tanja Cobussen, tel: 020 4447776  
e-mail: vierkant@cs.vu.nl  
internet: [www.cs.vu.nl/~vierkant](http://www.cs.vu.nl/~vierkant)



*M. Wolff, O. Gloor en Chr. Richard*

### **Analysis Alive, ein interaktiver Mathematik-Kurs**

Birkhauser Verlag Basel & Berlin 1998

ISBN 3-7643-5966-8

372 pagina's met CD-ROM

Prijs 68 DM

Dit is een lijvig boek dat er 100 bladzijden over doet om via rijen bij uniforme convergentie uit te komen; na nog 50 pagina's komt de eerste integraal en in de rest van het boek worden functies van meer variabelen behandeld evenals meerdimensionale ruimten.

Een boek dus met een grondige basis, waarbij de CD-ROM (Maple 4.0 vereist) ondersteunt: er worden animaties getoond van schroeflijnen, raakvlakken en trapfuncties bij integralen.

Iedere paragraaf wordt afgesloten met een lijst van begrippen, formules en stellingen. Aan het eind van het boek is een (bescheiden) aantal oplossingen te vinden.

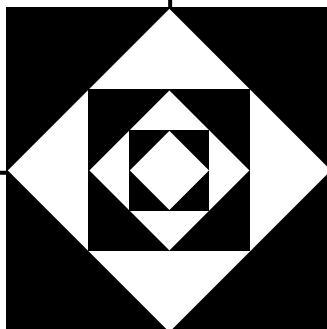
Het niveau is te hoog voor een vwo-6 klas en de formele notatie zal ook de eerstejaars student enige problemen geven.

Zo speelt als het boekje van Lauwerier uit 1987 (tweede druk uit 1989 als Epsilon nr.7) is, zo serieus is dit werk. Dus geen perkenwet van Kepler, geen kegelsneden en parabolische reflectoren: hier wordt de zuivere wiskunde beoefend.

Een compliment over de lay-out en het bindwerk is op zijn plaats.

Tot slot nog een ondeugende vraag. Moet men Duitstalige studenten werkelijk vragen: "Zeigen Sie bitte", of "Berechnen Sie bitte"? Ach so...

*Frits de Zwaan*



# Nieuw NWO- Onderzoeks- programma voor Wiskundedocenten: 'Leraar in Onderzoek'

*Suzanne Wigchert &  
Annejet Meijler*

---



## Inleiding

Internationaal gezien heeft Nederland in de wiskunde een uitstekende reputatie. Volgens recent onderzoek bezet Nederland in de wiskunde de vijfde plaats onder de naties. De sterke positie van het Nederlandse wiskundeonderzoek wordt echter bedreigd, doordat de instroom van studenten wiskunde al een aantal jaren buitengewoon gering is. Hierdoor ontstaat een toenemend tekort aan gekwalificeerde onderzoekers. Dit geldt weliswaar voor de natuurwetenschappelijke en technische studierichtingen in het algemeen, maar voor de wiskunde is de situatie wel bijzonder zorgelijk. Het aantal eerstejaars studenten beweegt zich rond de tweehonderd, tegen meer dan 600 in 1975. Het

gebiedsbestuur Exacte Wetenschappen van de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO-EW) wil daar wat aan doen met een nieuw subsidieprogramma 'Leraar in Onderzoek'.

Het probleem van de dalende instroom is terug te voeren op factoren, zoals de interesse die op een middelbare school voor een studie of beroep wordt gewekt; de maatschappelijke relevantie die studie en beroep uitstralen; de glamour van het beroep, alsmede het carrièreperspectief en de beloningsstructuur en onbekendheid van de betreffende leraren met het klimaat aan de universiteit, i.h.b. met het onderzoek.

NWO en het Gebiedsbestuur Exacte Wetenschappen zijn op verschillende fronten bezig om op bovengenoemde punten verbetering tot stand te brengen. Een

belangrijk punt raakt zowel aan wat er op de middelbare scholen speelt, als aan onderzoek. Dit betreft: *de onbekendheid van leraren met het klimaat aan de universiteit i.h.b. met het onderzoek*. Dit is uiteraard geen stelling die zonder meer alle leraren betreft, maar het is een punt dat door de Akademie-raad voor de Wiskunde van de Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen gesignaleerd is<sup>1</sup> en waar volgens NWO Exacte Wetenschappen iets aan te doen moet zijn<sup>2</sup>.

## Het 'Leraar in Onderzoek'-initiatief

Het programma 'Leraar in Onderzoek' beoogt eerstegraads leraren wiskunde zelf in de gelegenheid te stellen een aantal maanden wetenschappelijk onderzoek aan een universiteit te doen. Dit zou kunnen inhouden:

- het ontwikkelen van een stuk lesstof binnen een vakgroep didactiek aan een universiteit
- het schrijven van een artikel samen met universitaire onderzoekers, over een stuk wiskundig onderzoek
- het afronden van een proefschrift.

Op deze manier komen de betreffende leraren voor een korte periode in nauw contact met een universiteit, nemen nader kennis van ook die manier van werken, ontwikkelen hun eigen onderzoeksvaardigheden en zullen hierdoor waarschijnlijk bewust en onbewust enthousiasme voor een studie wiskunde aan de scholieren weten over te brengen.

NWO-EW vergoedt de kosten die de school voor de vervanging van de leraar moet maken, opgehoogd met een bedrag van 5000 gulden als tegemoetkoming voor de versterking die dit met zich meebrengt.

De Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO) subsidieert reeds 50 jaar speciaal op kwaliteit geselecteerd wetenschappelijk onderzoek aan de universiteiten: het zogenaamde 'tweede geldstroom'-onderzoek. Om het gehele brede veld van de wetenschap te kunnen bestrijken, heeft NWO haar organisatie in zeven 'Gebieden' verdeeld. Een van deze gebieden is de Exacte Wetenschappen (EW). Dit gebied beslaat de Wiskunde, de Informatica, de Astronomie en de Natuurkunde. Voor het beleid binnen het gebied en de uitvoering daarvan is het Gebiedsbestuur Exacte Wetenschappen verantwoordelijk.

### Onderzoeksonderwerpen

Het onderzoek kan puur wiskundig van aard zijn, maar kan ook de didactiek van de wiskunde betreffen of zich op meer toegepaste wiskundige vraagstukken richten. Geschiedenis van de wiskunde en filosofie van de wiskunde zijn eveneens mogelijke thema's. Dit betekent dat overal waar verder over vakgroepen wiskunde wordt gesproken, alle vakgroepen worden bedoeld waar naar bovenstaande onderwerpen onderzoek wordt verricht.

### Omvang van het beoogde onderzoek

Het gaat om tussen de 60 en 120 dagen onderzoek:

- tussen de drie en zes maanden aaneengesloten
- of een dag per week gedurende twee jaar
- of twee dagen per week gedurende een jaar.

### Steun voor het initiatief

Het gebiedsbestuur is na uitvoerig overleg met verschillende partijen tot dit initiatief overgegaan. Zowel door de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, als door de Vereniging voor Management in het Voortgezet Onderwijs en door enkele grote Scholengemeenschappen werd bijvoorbeeld zonder meer positief geadviseerd. Ook de directeurs van de betrokken universitaire Onderzoekscholen ondersteunen het initiatief. Men vindt het unaniem een noodzakelijke investering.

Uit een enquête gehouden onder 129 docenten wiskunde, die bijeen waren op de jaarlijkse *Vakantiecursus voor leraren* van de NWO-Stichting Mathematisch Centrum, bleek dat de ondervraagde leraren in het algemeen positief staan tegenover initiatieven om hun betrokkenheid bij de universiteit te vergroten.

NWO-EW heeft in eerste instantie voor een tweetal proefjaren een budget gereserveerd op basis waarvan in de schooljaren 2000/2001 en 2001/2002 samen ongeveer acht leraren in het kader van dit subsidie-programma onderzoek kunnen doen. Indien deze eerste twee jaren succesvol verlopen, zal er een vervolg aan het initiatief worden gegeven en zal tevens worden nagegaan of uitbreiding in de rede ligt. NWO-EW ziet met belangstelling uit naar initiatieven van docenten wiskunde!

### Werkwijze rond het NWO-EW Programma Leraar in Onderzoek

Aan het subsidie-programma *Leraar in Onderzoek* wordt onder de wiskundeleraren ruim bekendheid gegeven door:

- een brief aan alle schoolleiders;
- een brief aan de directeurs van universitaire wiskundeonderzoeksinstituten;
- aankondiging op het Mathematisch Congres te Maastricht op donderdagmiddag 27 april;
- aankondiging in het tijdschrift *Euclides* van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren;
- aankondiging in *Flits*, de nieuwsbrief van de Vereniging voor Management in het Voortgezet Onderwijs (VVO).

Vakgroepen inventariseren belangwekkende onderwerpen, plaatsen deze op hun webpagina en melden dit bij NWO Exacte Wetenschappen.

Leraren die belangstelling hebben kunnen contact opnemen met NWO Exacte Wetenschappen (postbus 93138, 2509 AC Den Haag, tel. 070-3440709 email: gbe@nwo.nl), maar kunnen ook direct een vakgroep benaderen. De volgende vier mogelijkheden kunnen zich dan voordoen:

- \* de leraar heeft al een onderzoeksvoorstel op schrift staan en zoekt een vakgroep wiskunde om het voorstel mee in te dienen en eventueel bij uit te voeren;
- \* de leraar heeft een idee voor een onderwerp en zoekt een vakgroep wiskunde om het voorstel mee uit te werken, mee in te dienen en eventueel bij uit te voeren;
- \* de leraar heeft nog geen idee voor een onderwerp maar zou graag met een vakgroep wiskunde in contact komen;
- \* een vakgroep heeft een interessant onderzoeksonderwerp en zoekt een leraar die hiervoor belangstelling heeft.

Exacte Wetenschappen (EW) bemiddelt voor zover nodig tussen leraren en vakgroepen wiskunde van de universiteiten. De bedoeling is dat leraar en vakgroep uiteinde-



lijk **samen** een uitgewerkt voorstel bij NWO-EW indienen. Voorstellen of verzoeken om bemiddeling daar- toe kunnen vanaf **15 mei a.s.** bij NWO-EW worden ingediend.

Onderzoeksvoorstellen kunnen continu bij NWO-EW worden inge- diend. Eens per drie maanden wor- den ze door het Gebiedsbestuur beoordeeld en indien van een kwa- litatief goed niveau, afhankelijk van de budgettaire mogelijkheden, gehonoreerd. Formaat en criteria waaraan een onderzoeksvoorstel moet voldoen zullen per 15 mei a.s. op de webpagina van NWO-EW worden geplaatst.  
(<http://www.nwo.nl/ew/nieuws>)

De uitslag van de beoordeling wordt binnen vier maanden na indiening van het voorstel aan de leraar, met afschrift aan de vak- groep, bekendgemaakt. Na honorering nemen NWO-EW en de betreffende schoolleiding contact op voor het afwikkelen van de formaliteiten. Leraar, school en onderzoeksinstelling maken nadere afspraken over aanvang, duur en omvang van het onderzoeksproject. NWO-EW zal volgens vaste afspra- ken op de hoogte worden gesteld van de voortgang en het resultaat van de onderzoeksprojecten.

#### Noten

- 1 De toekomst van het wiskunde- onderzoek in Nederland  
Rapport van de Akademieraad voor de Wiskunde (ARW) van de KNAW, Amsterdam 1999.
- 2 Inzet op Vernieuwing, Ruimte voor Talent  
Meerjarenplan NWO 2000-2004, Exacte Wetenschappen p44 -53, Den Haag mei 1999.

## 40 jaar geleden

### BOEKBESPREKING

M.G.H. Birkenhäger en H.J.D. Machielsen: *Meetkunde voor M.M.S.* Deel 1. P. Noordhoff N.V., Groningen, 1959, 112 blz., f 3,75.

Een eenvoudig leerboek voor vlakke meetkunde. Na een wat intuïtief begin, waar hier en daar wat geknipt of gevouwen wordt, gaat het boek spoedig op traditio- nele wijze verder. Het vijfde congruentiegeval wordt volledig behandeld. Bij de evenredigheid van lijnstuk- ken komt 'de som van de termen van de eerste reden enz.' geheel onnodig om de hoek. Na het hoofdstuk over gelijkvormigheid, besluit dit eerste deel met een overzicht van de definities, stellingen en constructies. Het M.M.S.-karakter van dit boek blijkt, behalve uit de titel, ook uit twee fleurige, gestyleerde meisjesfiguren op de omslag. Maar dat is dan ook alles. Overigens kon het net zo goed voor allerlei andere scholen bedoeld zijn. Het komt mij echter voor, dat juist een speciaal M.M.S.-boek een unieke gelegenheid biedt, de meet- kunde aantrekkelijk te maken, door eens nieuwe paden te betreden. De talrijke studies over het aanvankelijk meetkunde-onderwijs, waarvan men in de laatste jaren kennis heeft kunnen nemen, bieden aanknopingspun- ten genoeg, en er staat geen strak examenprogramma in de weg.

De docenten echter, die zich niet op het gladde ijs der vernieuwing willen wagen, zullen dit boek vast wel met plezier gebruiken. Als alle boeken uit deze reeks ziet het er zeer verzorgd uit.

*R. Troelstra*

Boekbespreking uit *Euclides* 35 (1959-1960)

# Pi in de Pieterskerk

In de Leidse Pieterskerk heeft meer dan twee eeuwen een grafsteen gelegen met daarop de eerste 35 decimalen van het getal pi. In de negentiende eeuw is deze grafsteen spoorloos verdwenen. Wilt u weten wat op deze steen heeft gestaan? Kom dan op 5 juli naar de feestelijke onthulling van een nieuwe gedenksteen.

Op woensdag 5 juli 2000 organiseert het Wiskundig Genootschap een uniek evenement in Leiden. Hoogtepunt is de onthulling van een gedenksteen voor Ludolph van Ceulen in de Pieterskerk.

## Ludolph van Ceulen

Ludolph van Ceulen (1540-1610) werd vooral bekend door zijn grafsteen. Met enorm veel rekenwerk had hij nauwkeurige onder- en bovengrenzen voor het getal pi bepaald, die pas in de 35ste decimaal een eenheid van elkaar verschilden. Dit feit werd op zijn grafsteen in de Leidse Pieterskerk vermeld. Tijdens zijn leven werden verschillende door hem berekende benaderingen van het getal pi gepubliceerd. Om die reden wordt pi in het Duits nog steeds wel aangeduid als 'die Ludolphsche Zahl'. Van Ceulens boek 'Van den Cirkel' uit 1596 geeft 20 cijfers achter de komma. In latere geschriften worden nog meer decimalen gegeven, maar de 35 decimalen van pi werden voor het eerst 'gepubliceerd' op zijn grafsteen.

In 1600 werd Van Ceulen op advies



van Simon Stevin door Prins Maurits benoemd tot hoogleraar in Leiden, samen met Symon Franz. van der Merwen. In dat jaar voegde Maurits een genieschool toe aan de universiteit, waar deze twee heren 'in goeder duytsche taele' les mochten geven in 'Telconsten ende Landmeten', om zo ingenieurs op te leiden die nodig waren in de oorlog tegen Spanje.

## De verdwenen grafsteen

Op Van Ceulens grafsteen in de Pieterskerk werd een nauwkeurige onder- en een bovengrens voor pi

vermeld. Voor zover bekend is dit het enige voorbeeld ter wereld van een nieuw wetenschappelijk resultaat dat via een grafsteen wereldkundig werd gemaakt. In de eerste helft van de negentiende eeuw is deze grafsteen verdwenen, hetgeen in de internationale literatuur geldt als een blamage voor Nederland.

## Een nieuwe steen

Als onderdeel van het avondprogramma zal een gedenksteen met daarop een reconstructie van de oorspronkelijke tekst van Van Ceulens grafsteen worden onthuld. Voor dit evenement bestaat veel interesse vanuit de landelijke media. De organisatie verwacht op 5 juli 2000 vele belangstellenden, met name vanuit de Neder-

landse wiskunde. Voor deelname aan dit evenement dient men zich vooraf in te schrijven.

## Programma

Op 5 juli 2000 is er een wetenschappelijk middagprogramma en een feestelijk avondprogramma. Een van de hoofdsprekers die dag is Peter Borwein, bekend van onder meer de 'Pi and the AGM' en 'Pi: a Source Book'.

Het middagprogramma vindt plaats in de Gorlaeus Laboratoria van de Universiteit Leiden. Dit is tevens onderdeel van het Algorith-

mic Number Theory Symposium dat van 2 tot 7 juli in Leiden plaatsvindt. Bestemd voor een enigszins geschoold publiek (vwo wiskundenniveau):

kader van het Wereld Wiskundig Jaar 2000 (MY2K). Op 6 mei 1992 verklaarde de International Mathematical Union in Rio de Janeiro het jaar 2000 tot Wereld Wiskundig

## Organisatie

‘Pi in de Pieterskerk’ wordt georganiseerd door het Wiskundig Genootschap.

Comité van aanbeveling:

C. Boonstra, *president van Koninklijke Philips*;

A.H.G. Rinnooy Kan, *lid raad van bestuur ING*;

R.S. Reneman, *president Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*;

W.A. Wagenaar, *rector magnificus Universiteit Leiden*.

Organiserend comité:

Hendrik Lenstra, Jan Karel Lenstra, Jaap Top en Chris Zaal.

14:30-15:00	Ontvangst met koffie en thee
15:00-15:50	Frits Beukers (Utrecht), <b>‘A rational approach to pi’</b>
15:50-16:10	Pauze
16:10-17:00	Peter Borwein (Burnaby, Canada), <b>‘The 40 trillionth binary digit of pi is 0’</b>

Het avondprogramma vindt plaats in de Pieterskerk te Leiden en is bestemd voor iedereen met belangstelling voor wiskunde:

19:30-20:00	Ontvangst met koffie en thee
20:00-20:05	Opening door dr. R.J. van Duinen, <i>voorzitter van het Algemeen Bestuur van NWO</i>
20:05-20:35	Peter Borwein, <b>‘The amazing number pi’</b>
20:35-20:45	Orgelspel door Jozef Steenbrink (Nijmegen)
20:45-21:15	Henk Bos (Utrecht), <b>‘Ludolph van Ceulen’</b>
21:15-21:30	Onthulling van de gedenksteen voor Ludolph van Ceulen
21:30-22:30	Receptie (champagne)

De sprekers van het avondprogramma worden ingeleid door de voorzitter van het Wiskundig Genootschap, Jan Karel Lenstra.

## MY2K

Pi in de Pieterskerk is een van de Nederlandse activiteiten in het

Jaar. Andere Nederlandse activiteiten in dit kader zijn ‘Van Dantzig 2000’ (een symposium in september ter nagedachtenis van de mathematisch statisticus David van Dantzig) en ‘De Nationale Doorsnee’, een grootschalig statistiekproject voor scholen op 10 oktober 2000, zie het vorige nummer van Euclides.

## Toegang

Het middagprogramma is vrij toegankelijk, het avondprogramma niet. Speciaal voor de leden van de NVvW is een beperkt aantal toegangskaarten gereserveerd. Toegangskaarten zijn gratis en kunnen schriftelijk worden aangevraagd bij het Wiskundig Genootschap, Postbus 800, 9700 AV Groningen.  
e-mail: pi-dag@math.rug.nl

Graag vermelden:

- Naam, adres, postcode en woonplaats;
- Telefoonnummer;
- Leeftijd;
- Aantal gewenste kaarten (maximaal 2);
- Deelname middagprogramma [ja/nee];
- Code: EU-nr.7

## Meer informatie

<http://www.math.rug.nl/~top/pi-dag/5juli.html>

Oplossingen, nieuwe  
opgaven en correspondentie  
over deze rubriek aan

*Jan de Geus*  
Valkenboslaan 262-A  
2563 EB Den Haag

Oplossingen, nieuwe  
opgaven en correspondentie  
over deze rubriek aan

*Jan de Geus*  
Valkenboslaan 262-A  
2563 EB Den Haag

# opgave

e  
 i  
 t  
 d  
 e  
 r  
 u  
 e  
 R

[illegible]

Onlangs verscheen een schitterend boek over geheimschriften: 'The Code Book' van Simon Singh (© 1999, Fourth Estate, London). ISBN 1-85702-879-1. In Nederland verschenen bij De Arbeiderspers, Amsterdam (ISBN 90 295 3743 4). Als u de 10 geheimschriften in dit boek als eerste correct oplost, wint u de prijs van £ 10 000. Zie ook de website [www.4thestate.co.uk/cipherchallenge](http://www.4thestate.co.uk/cipherchallenge)

Enthousiast geworden door dit boek hebben we voor u deze maand ook een geheimschrift. Een correcte optelling in het tientallig stelsel hebben we door woorden vervangen. Dezelfde cijfers door dezelfde letter, verschillende cijfers door verschillende letters. Getallen beginnen niet met nul.

Wat was de oorspronkelijke optelling in cijfers?

Als u de juiste oplossing vindt en binnen een maand instuurt, ontvangt u 5 punten voor de doorlopende ladderwedstrijd.

## Oplossing 697

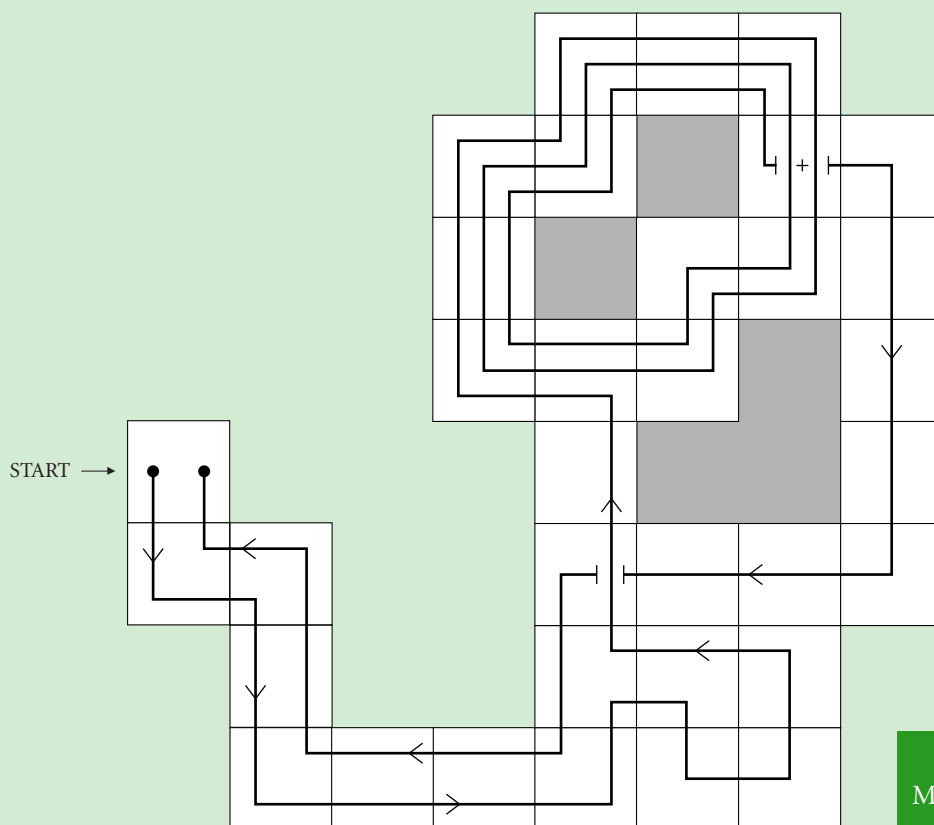
In februari 2000 heeft de zeer succesvolle 'Gathering For Gardner IV' plaatsgevonden. Meer informatie op de website **G4G4.com**. Hierin ook vele links naar andere recreatieve wiskunde!

In het boek over G4G1 stond ons doolhof van opgave 697. Achteraf blijkt dat dit doolhof al in het boek 'Mad Mazes' van Robert Abbott heeft gestaan. (© sept. 1990, Adams Publ.) ISBN 1558508651. Zie ook zijn website

**www.logicmazes.com**

*Ad Boons* (34 punten), Tilburg wist te melden dat dit boek ook in het Nederlands is vertaald: 'Geen doolhoven voor domoren' (© 1993, Aramith Uitgevers, Bloemendaal). ISBN 90 6834 124 3.

*Wilma den Boer* (40 punten), Gouda noteerde de oplossing zoals het hoort bij een doolhof: alleen de gevolgde route!



Met 58 punten is winnaar van een boekenbon van f 50,-:

*Monica Woldinga*  
Branding 28  
1186 DH Amstelveen

Heel hartelijk gefeliciteerd!

R  
e  
c  
r  
e  
a  
t  
i  
e



In deze kalender kunnen alle voor wiskundelocenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Wil eenieder die relevante data heeft, deze zo spoedig mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur?

Hieronder treft u de verschijningsdata aan van Euclides in het komende schooljaar. Achter de verschijningsdatum is de deadline voor het inzenden van mededelingen vermeld. Doorgeven kan ook via e-mail:

[redactie-euclides@nvvw.nl](mailto:redactie-euclides@nvvw.nl)

nr.	versch.	deadline
8	26-06-00	11-05-00
1	07/09/00	06-07-00
2	12/10/00	29-08-00
3	23/11/00	12-10-00

## Examendata 2000

vbo/mavo C/D vr. 26/5/00  
havo A/A12 do. 25/5/00  
havo B/B1/B12 di. 23/5/00  
vwo A wo. 17/5/00  
vwo B/profi do. 25/5/00

## Examenbesprekingen 2000

vbo/mavo C/D di. 30/5/00  
van 15.00 - 18.00 uur  
havo A ma. 29/5/00  
van 16.00 - 18.00 uur  
havo B do. 25/5/00  
van 18.30 - 20.30 uur  
vwo A vr. 19/5/00  
van 16.00 - 18.00 uur  
vwo B ma. 29/5/00  
van 18.30 - 20.30 uur  
Zie ook p. 200

## Examenbespreking

### Tweede Fase

havo B1 en B12 wo. 24/5/00  
van 19.00 - 21.00 uur  
havo A12 vr. 26/5/00  
van 19.00-21.00 uur  
Locatie: Jaarbeurs, Utrecht  
Zie ook p. 201

## HKRWO-symposium

za. 27 mei 2000, Utrecht  
100 jaar wiskundeonderwijs  
Naar aanleiding van het gelijknamige boek dat verschijnt bij het 75-jarig bestaan van de NVvW.  
Zie aankondiging Euclides 75-5, p.161.  
Ed de Moor: 020-6121382/  
030-2611611

## Wiskunde en praktische opdrachten met Coach

do. 8 juni 2000,  
10.00 - 15.30  
Amstel Instituut, Amsterdam  
tel: 020 - 5255886  
[www.wins.uva.nl/research/amstel/vo](http://www.wins.uva.nl/research/amstel/vo)

## Vierkant zomerkampen

kamp A: 7-11 augustus 2000  
Groep 6,7,8, brugklassers  
kamp B: 14-18 augustus  
Alle leerlingen voortgezet onderwijs  
Vierkant: 020 4447776  
[www.cs.vu.nl/~vierkant](http://www.cs.vu.nl/~vierkant)

## 9th International Congress on Mathematical Education (ICME)

31 juli - 6 augustus 2000  
Tokyo, Japan  
[www.ma.kagu.sut.ac.jp/~icme9/](http://www.ma.kagu.sut.ac.jp/~icme9/)

## T<sup>3</sup>-symposium in

### Oostende

Teachers teaching with technology  
di. 22 - do. 24 augustus 2000

## De Nationale Doorsnee

di. 10 oktober 2000  
Voor alle scholen in Nederland  
Zie p. 197

## NVvW-Lustrumcongres

vr. 17 en za. 18 november 2000  
Het 75-jarig bestaan van de Vereniging.  
Zie vooral ook:  
[www.nvvw.nl](http://www.nvvw.nl)

## Internetsites voor wiskundelocenten:

### NVvW website

De website van de NVvW staat nog steeds boordevol actuele informatie:  
<http://www.nvvw.nl>  
Onder andere met de aankondiging van het lustrumcongres.

### Praktische opdrachten met Coach

[www.wins.uva.nl/research/amstel/vo](http://www.wins.uva.nl/research/amstel/vo)

### Praktische opdrachten met Excel

[www.slo.nl/~ICTenWIS](http://www.slo.nl/~ICTenWIS)

### Wiskundewereldjaar 2000

Prachtige posters uit Engeland  
[www.newton.cam.ac.uk/wmy2kposters](http://www.newton.cam.ac.uk/wmy2kposters)  
Duitse initiatieven:  
[wmax02.mathematik.uni-wuerzburg.de/~gdm/wmy2000/index.html](http://wmax02.mathematik.uni-wuerzburg.de/~gdm/wmy2000/index.html)  
En nog veel meer op:  
[www.ams.org/index/meetings/wmy2000.html](http://www.ams.org/index/meetings/wmy2000.html)

### Interessante freeware

grafiekenprogramma  
[www.mathgv.com](http://www.mathgv.com)  
Met dank aan Jeroen Leeftang

### Vierkant zomerkampen

[www.cs.vu.nl/~vierkant](http://www.cs.vu.nl/~vierkant)

### Wetenschappelijk onderzoek door leraren:

[www.nwo.nl/ew/nieuws](http://www.nwo.nl/ew/nieuws)

Suggesties voor interessante sites of interessante free-ware voor wiskundelocenten graag zenden aan e-mail:  
[redactie-euclides@nvvw.nl](mailto:redactie-euclides@nvvw.nl)

# ZEBRA-reeks



In de Zebra-reeks zijn tot nu toe verschenen:

*deel 1:*

## Kattenaids en Statistiek

*deel 2:*

## Perspectief, hoe moet je dat zien?

*deel 3:*

## Schatten, hoe doe je dat?

Beschrijvingen van deze deeltjes vindt u in  
Euclides 74-8, p. 274; 75-1, p. 20 en 75-6, p. 203.

Nog gepland voor dit jaar zijn:

*deel 4:*

## De Gulden Snede

*deel 5:*

## Iteratie en chaos

*Prijzen:*

Schoolabonnement: 6 exemplaren  
van 5 delen voor f 400,—

Individueel abonnement voor  
leden: f 75,—

Losse boekjes voor leden: f 16,50.

Deze bedragen zijn inclusief  
verzendkosten. Bestellen kan door  
het juiste bedrag over te maken op  
Postbank nummer 5660167 t.n.v.  
Epsilon Uitgaven te Utrecht onder  
vermelding van Zebra (1 t/m 5).

Zelf ophalen kan in de losse verkoop:  
ledenprijs op bijeenkomsten f 12,50;  
in de betere boekhandel f 14,75.

De ZEBRA-reeks is een initiatief  
van de NVvW, en wordt uitgegeven  
in samenwerking met Epsilon  
Uitgaven. Met de aanschaf van een  
boekje steunt u dus ook de (uw)  
vereniging.

# Nieuw de serie Keuzeonderwerpen wiskunde vwo

Elk boek bestaat uit drie delen. Het eerste deel (Opdrachten) is geschikt voor alle profielen. Het tweede deel (Onderzoek) en het derde deel (Presentatie) bevatten pittiger opgaven. De meeste vragen liggen binnen het bereik van alle profielen. Uit deze vragen maakt de leerling een keuze. Met elk boek zijn 40 studielasturen gemoeid.



**Over zeeën van tijd**  
*Hollandse navigatie in de 16e en 17e eeuw*  
Vincent van Leijen

Hoe vonden de zeevaarders uit de 16e en 17e eeuw hun weg op de onafzienbare oceanen? Dit boekje gaat over navigatie, het samenspel van vernuftige methoden en instrumenten. En over de wiskunde erachter.

ISBN 90 01 83302 0  
f 22,00 € 9,98



**Wiskunde met verve**  
Prof. F. van der Blij

De toepassing van wiskunde in de beeldende kunst. Nu eens geen perspectief of Escher, maar een nieuwe, verfrissende keuze. Het bondgenootschap tussen wiskunde en kunst heeft heel wat verrassingen in petto.

ISBN 90 01 83300 4  
f 22,00 € 9,98

De boeken zijn alleen voor rekening leverbaar. U kunt ze bestellen met de bon. Stuur deze in een gefrankeerde enveloppe naar Wolters-Noordhoff, t.a.v. afd. Voorlichting Exact, Postbus 58, 9700 MB Groningen. E-mailen kan ook: voorlichting.vo.exact@wolters.nl.

## Bestelcoupon

### Ja, ik bestel

\_\_\_ ex *Over zeeën van tijd* à f 22,00/€ 9,98 90 01 83302 0

\_\_\_ ex *Wiskunde met verve* à f 22,00/€ 9,98 90 01 83300 4

Naam school \_\_\_\_\_

Ter attentie van \_\_\_\_\_

Adres \_\_\_\_\_

Postcode/Plaats \_\_\_\_\_

419/april

### Wolters-Noordhoff

Postbus 58  
9700 MB Groningen  
Telefoon (050) 522 63 11  
Fax (050) 522 62 55

Ook verkrijgbaar via de  
boekhandel

**Wolters  
Noordhoff**

419/april

